

見込み点の最適な算出方法を探る

竹若 喜恵

Research on the most suitable calculation method of an expected score

Yoshie TAKEWAKA

Abstract

When the student who absented oneself from a test can't take a make-up examination, there is a way to trust and estimate results by an expected score. In this report, I calculated the score by several ways using data of tests of the past and examined whether the result was based on the reality.

Key words: an expected score, a deviation, a regression line

1. 緒言

定期試験や実力テストを欠席した学生が諸事情により追試験を受けられない場合、見込み点で成績を評価する方法がある。その際、どのように見込み点を算出するのがより実態に合った結果が出るのか、過去の実力テストのデータを用いていくつかの算出方法のシミュレーションを行い、比較検討してみた。

生産デザイン工学科の3年進学時のコース分けに実力テストの成績も使われることから、本科1年2年の実力テストの見込み点の算出が近いうちに必要になることがありうるため、今回はまず1、2年の実力テストについて考えた。

2. シミュレーション用データの準備

平成17年度から平成27年度の本科1年生および2年生の数学実力テストの得点データから、春季、秋季どちらも受験したもののみを取り出し、2回の合計得点で昇順に並べて番号を付ける。無作為に4名の学生を抽出し、うち2名は春季実力テストを、残り2名は秋季実力テストを欠席したとして仮想データを作る。仮想データで学生の見込み点を算出し、その結果と実際の点数との隔たりを検証する。

なお、元のデータと仮想データの基本的な情報は末尾の表1に示す。

3. 見込み点の計算法

見込み点の算出には、応用数学等の授業で本科4年から5年にかけて学ぶ、偏差値や回帰直線の方程式などを利用して、次の4通りの方法で行った。[1]

(見込み点1) 平均との比を用いて算出

(見込み点2) 偏差値を用いて直接算出

(見込み点3) 偏差値を用いて間接的に算出

(見込み点4) 回帰直線を用いて算出

それぞれの計算方法を次に示す。以下、春季実力テストの得点を x 、秋季実力テストの得点を y で表し、それぞれの見込み点を x_e, y_e とする。

(見込み点1)

受験した実力テストの得点と平均の比を受験していない実力試験の平均に乗ずる方法である。 x の平均を \bar{x} 、 y の平均を \bar{y} として次の式で表される。

$$\text{春季見込み点1 } x_e = (y/\bar{y}) \times \bar{x}$$

$$\text{秋季見込み点2 } y_e = (x/\bar{x}) \times \bar{y}$$

(見込み点2)

偏差値は、平均が50、標準偏差が10となるようにデータを標準化したものである。 x, y の偏差値を h_x, h_y とおくと偏差値は次の式で表される。但し、 s_x, s_y はそれぞれ x, y の標準偏差である。

$$x\text{の偏差値 } h_x = 50 + 10(x - \bar{x})/s_x$$

$$y\text{の偏差値 } h_y = 50 + 10(y - \bar{y})/s_y$$

見込み点2は、受験していない実力テストの得点の偏差値が受験した実力テストの得点の偏差値に等しいと仮定して、偏差値から逆算して求めた得点を見込み点とするものである。上の偏差値の計算式をそれぞれ x, y について解くと見込み点の計算式が得られる。

$$\text{春季見込み点2 } x_e = \bar{x} + s_x(h_y - 50)/10$$

$$\text{秋季見込み点2 } y_e = \bar{y} + s_y(h_x - 50)/10$$

(見込み点3)

受験した実力テストの得点の偏差値が2回の実力テストの合計得点の偏差値に等しいと仮定して偏差値から逆算して合計得点の見込み点を求め、それから受験した実力テストの得点を減じたものを受験していない実力テストの見込み点としたものである。2回の実力テストの合計得点の平均、標準偏差をそれぞれ $\bar{x+y}$ 、 s_{x+y} で表すと、見込み点は次の計算式で算出される。

$$\text{春季見込み点3 } x_e = \bar{x+y} + s_{x+y}(h_y - 50)/10 - y$$

$$\text{秋季見込み点3 } y_e = \bar{x+y} + s_{x+y}(h_x - 50)/10 - x$$

(見込み点4)

(x, y) のデータ (x_i, y_i) に対し

$$\sum_i \{y_i - (ax_i + b)\}^2$$

を最小にするような係数 a, b で定まる直線 $y = ax + b$ を y の x への回帰直線という。係数 a, b は

$$a = s_{xy}/s_x^2 \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

で求めることができる。ここで s_{xy} は (x, y) の共分散

$s_{xy} = \bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}$ ただし \bar{xy} は積 xy の平均である。同様に係数 a', b' を

$$a' = s_{xy}/s_y^2 \quad b' = \bar{x} - a'\bar{y}$$

とすると x の y への回帰直線 $x = a'y + b'$ を得る。

見込み点 4 は、受験しなかった得点を従属変数とする回帰直線の方程式の独立変数に、受験した得点を代入して見込み点を算出する方法である。

$$\begin{array}{ll} \text{春季見込み点 4} & x_e = a'y + b' \\ \text{秋季見込み点 4} & y_e = ax + b \end{array}$$

4. 結果と考察

前節の方法で見込み点を計算すると、それぞれの見込み点と実際の得点との差は末尾の表 2、表 3 のようになった。また、算出方法ごとに実際の得点との差の二乗の平均の平方根を計算した。次のことが分かる。

- (1) 春季、秋季どちらかの得点が極端に高い (あるいは低い) 場合は、今回の算出方法で計算した見込み点は実際の得点からかけ離れた値になっている。
- (2) 平均との比を利用した見込み点 1 は実際の得点とかけ離れた値に比較的なりがちである。
- (3) 1 年生と 2 年生で見込み点の出方が違うが、年度が違っても各学年の見込み点の出方は類似している。
- (4) 1 年生については、偏差値から間接的に得点を推定した見込み点 3 が他の見込み点に比べて実際の得点に近い。
- (5) 2 年生については回帰直線による推定による見込み点 4 が他の見込み点より実際の得点に近い。

(1) は、実力テストの見込み点を 2 回の実力テストのデータだけから算出することの難しさを示している。同じ教科の授業科目の成績等も参考にするなど、他のデータも加えれば、よりよい見込み点が算出できるかもしれない。また、見込み点による評価はできればしない方がよいということを裏付けているかもしれない。

(2) は、見込み点 1 が良い見込み点とはいえないことを示すものである。しかし、他の見込み点も実際の得点との差の絶対値が十分小さいとはいえないため、良い見込み点を求めるにはさらなる調査研究が必要であることを示している。

(3) (4) (5) は、学年によって見込み点の計算法を変える必要があることを示唆している。しかし、他の方法で、どの学年にもよい見込み点を与える計算式が作れるかどうかはまだわからない。

これらについては、春季と秋季の得点の相関係数が 1 年生は 0.3 から 0.5 程度であるのに対し、2 年生は 0.7 前後であることが原因の一つであろう。

2 回の実力テストの得点の間に弱い相関しかない場合は、回帰直線は散布図の点の集合を近似してはいないため、回帰直線から求めた見込み点が実際の得点に近いものにならないのは当

然の結果ともいえる。今回の結果からは、回帰直線による近似よりも偏差値を用いた方法の方が有効であるといえるが、実際の得点を近似したものにはなっていないため、良い見込み点の計算式を得るにはさらなる調査研究が必要である。

逆に 2 回の実力テストの得点の間に強い相関がみられる場合には、回帰直線を用いた見込み点 4 の方法をもとにして、より良い見込み点の計算式を作れる可能性があるといえる。しかし、他によりよい方法がないともいえないのでさらなる調査研究が必要である。

5. 今後の課題

今後の課題として、まず、今回の調査だけでは、シミュレーションの個数が十分とはいえないので、同じデータから抜き取るものを変えて多数のシミュレーションを行ってみたい。また、3 年生の実力テストのデータを用いて今回と同様の調査をすると、相関係数の違いによる見込み点の表れ方の違いが出るかもしれない。

次に「他の算出方法でよりよい見込み点が得られるか」、という問題がある。ざっと考えても、最高点や最低点との比を用いる方法、順位を用いる方法、中央値や四分位数を用いる方法などが考えられる。また、いい結果が得られても、あまりに複雑な手順が必要になれば、実際には使えないことも考えられるので、「簡単に求められるか」という視点に立った算出方法自体の検証も必要であると思われる。

最後に、今回の調査により、実力テスト欠席者の実際の成績に見合った見込み点を計算するのは難しいことがわかったので、実力テストの追試験の実施に関する制度を急いで整備するのが学校の課題であると言える。

参考文献

- [1] 高遠節夫 (他 5 名) 「新 確率統計」大日本図書

(2015 年 11 月 9 日 受理)

元のデータ

仮想データ(春季秋季とも2人ずつ欠席したことにしてある)

1年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	214	48.30	12.99	46.36	17.29	0.48
H18	206	63.80	12.64	49.50	18.45	0.37
H19	214	40.16	13.26	41.98	17.74	0.54
H20	225	61.93	13.26	49.51	16.33	0.32
H21	212	54.59	13.05	52.28	17.37	0.40
H22	211	64.74	13.93	44.90	17.50	0.51
H23	217	63.05	14.99	47.31	16.43	0.49
H24	219	84.46	5.90	43.38	17.25	0.22
H25	215	58.33	11.64	47.31	15.92	0.37
H26	211	57.18	15.59	50.80	21.02	0.29
H27	205	80.25	11.42	40.52	16.63	0.47

1年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	214	48.30	12.99	46.17	17.12	0.52
H18	206	63.73	12.66	49.44	18.47	0.38
H19	214	40.12	13.32	42.19	17.67	0.55
H20	225	62.02	11.42	49.50	16.23	0.32
H21	212	54.61	13.06	52.37	17.27	0.39
H22	211	64.70	13.97	45.01	17.51	0.49
H23	217	63.06	15.05	47.41	16.42	0.48
H24	219	84.48	5.91	43.22	17.19	0.33
H25	215	58.29	11.68	47.36	15.86	0.36
H26	211	57.04	15.57	50.76	21.00	0.30
H27	205	80.32	11.45	40.31	16.56	0.51

2年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	211	42.48	16.74	24.20	17.26	0.72
H18	214	52.34	17.61	43.67	19.30	0.72
H19	200	49.34	18.56	42.52	23.29	0.68
H20	204	49.22	21.86	49.22	21.86	0.66
H21	220	54.76	18.00	58.86	21.98	0.73
H22	220	46.79	18.59	34.45	18.12	0.67
H23	200	64.35	17.13	33.56	18.00	0.70
H24	218	43.70	19.11	32.43	18.05	0.70
H25	229	51.14	21.10	28.59	18.85	0.66
H26	216	35.47	22.01	42.27	23.90	0.80
H27	212	50.39	23.58	34.72	17.13	0.69

2年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	211	42.54	16.76	24.13	17.25	0.70
H18	214	52.56	17.51	43.54	19.32	0.72
H19	200	49.30	18.64	42.27	23.25	0.69
H20	204	49.21	21.79	37.55	23.46	0.67
H21	220	54.73	18.03	58.91	21.88	0.75
H22	220	46.80	18.49	34.43	18.20	0.66
H23	200	64.24	17.15	33.59	18.05	0.67
H24	218	43.81	19.11	32.41	17.95	0.70
H25	229	51.26	21.13	28.52	18.91	0.66
H26	216	35.47	21.96	42.21	23.98	0.79
H27	212	50.40	23.67	34.86	17.15	0.68

表1

1年

春季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の二乗の平均の平方根
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	35	62	65	77	45	44	42	63	40	65	61	77	56	68	84	79	59	66	65	80	73	74	
秋季得点	19	42	8	77	29	55	57	52	59	52	74	42	62	13	40	42	53	39	43	21	33		
見込み点1	20	44	10	99	28	52	71	65	62	54	36	51	56	82	25	78	52	65	44	48	42	66	
見込み点2	28	45	35	83	30	50	67	64	61	54	70	88	58	76	74	83	54	62	48	51	67	75	
見込み点3	35	46	47	75	33	47	65	63	58	54	69	81	59	73	81	84	56	61	52	54	71	77	
見込み点4	38	47	53	71	35	45	64	63	57	55	67	76	61	69	81	84	30	33	54	55	74	78	
差																							
見込み点1	-15	-18	-55	22	-17	8	29	2	22	-11	-25	-26	0	14	-59	-1	-7	-1	-21	-32	-31	-8	24.66
見込み点2	-7	-17	-30	6	-15	6	25	1	21	-11	9	11	2	8	-10	4	-5	-4	-17	-29	-6	1	14.01
見込み点3	0	-16	-18	-2	-12	3	23	0	18	-11	8	4	3	5	-3	5	-3	-5	-13	-26	-2	3	11.18
見込み点4	3	-15	-12	-6	-10	1	22	0	17	-10	6	-1	5	1	-3	5	-29	-33	-11	-25	1	4	13.78

秋季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の二乗の平均の平方根
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	42	89	40	70	11	29	25	76	19	68	22	44	23	50	45	76	21	63	33	78	57	68	
春季得点	26	62	77	60	20	54	54	61	31	70	52	49	53	72	89	89	43	73	40	75	85	91	
見込み点1	25	59	60	47	21	57	43	49	30	67	37	35	40	54	46	46	35	59	36	67	43	46	
見込み点2	17	64	69	44	15	61	41	51	21	73	29	25	36	57	56	56	27	67	28	75	47	56	
見込み点3	24	60	63	46	36	47	46	52	30	67	33	30	39	55	54	54	33	61	36	67	46	52	
見込み点4	31	55	57	47	27	52	46	49	40	60	37	35	42	52	48	48	67	81	44	53	44	48	
差																							
見込み点1	-17	-30	20	-23	10	28	18	-27	11	-1	15	-9	17	4	1	-30	14	-4	3	-11	-14	-22	17.47
見込み点2	-25	-25	29	-26	4	32	16	-25	2	5	7	-19	13	7	11	-20	6	4	-5	-3	-10	-12	16.78
見込み点3	-18	-29	23	-24	25	18	21	-24	11	-1	11	-14	16	5	9	-22	12	-2	3	-11	-11	-16	16.75
見込み点4	-11	-34	17	-23	16	23	21	-27	21	-8	15	-9	19	2	3	-28	46	18	11	-25	-13	-20	21.08

表2

2年

春季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の二乗の平均の平方根
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	23	50	18	39	51	56	21	78	44	72	18	73	63	86	18	45	26	50	9	62	39	59	
秋季得点	15	49	8	48	41	47	2	46	53	53	8	51	30	68	18	16	13	22	18	89	13	63	
見込み点1	26	86	10	58	48	55	3	58	57	57	11	69	57	130	24	22	23	40	15	75	19	91	
見込み点2	34	67	20	57	48	53	16	55	50	50	20	64	61	97	28	26	34	44	13	78	20	89	
見込み点3	35	63	25	56	90	99	22	54	51	51	25	61	61	91	31	29	37	45	16	73	24	84	
見込み点4	36	59	29	55	49	52	27	53	51	51	29	58	62	86	33	32	40	46	18	69	30	77	
差																							
見込み点1	3	36	-8	19	-3	-1	-18	-20	13	-15	-7	-4	-6	44	6	-23	-3	-10	6	13	-20	32	18.09
見込み点2	11	17	2	18	-3	-3	-5	-23	6	-22	2	-9	-2	11	10	-19	8	-6	4	16	-19	30	13.71
見込み点3	12	13	7	17	39	43	1	-24	7	-21	7	-12	-2	5	13	-16	11	-5	7	11	-15	25	17.71
見込み点4	13	9	11	16	-2	-4	6	-25	7	-21	11	-15	-1	0	15	-13	14	-4	9	7	-9	18	12.22

秋季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の二乗の平均の平方根
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	15	48	47	67	55	79	28	34	23	85	40	34	19	42	8	61	29	43	38	60	19	21	
春季得点	33	74	77	60	18	74	46	63	38	67	56	64	45	75	80	54	82	26	44	60	60	63	
見込み点1	19	42	53	60	15	63	35	48	41	72	41	47	24	39	55	59	30	46	31	52	41	44	
見込み点2	14	57	56	66	3	73	34	52	39	74	43	51	13	45	62	66	31	56	32	52	42	44	
見込み点3	16	52	54	63	9	69	35	50	41	72	42	48	16	43	57	61	30	51	33	50	40	42	
見込み点4	17	47	53	60	15	64	35	47	44	70	40	46	20	41	53	56	30	47	34	50	40	41	
差																							
見込み点1	4	-6	6	-7	-40	-16	7	14	18	-13	1	13	5	-3	47	-2	1	3	-7	-8	22	23	16.90
見込み点2	-1	9	9	-1	-52	-6	6	18	16	-11	3	17	-6	3	54	5	2	13	-6	-8	23	23	19.37
見込み点3	1	4	7	-4	-46	-10	7	16	18	-13	2	14	-3	1	49	0	1	8	-5	-10	21	21	17.55
見込み点4	2	-1	6	-7	-40	-15	7	13	21	-15	0	12	1	-1	45	-5	1	4	-4	-10	21	20	16.47

表3