

軸対称過膨張噴流中の衝撃波のヒステリシス現象
(ヒステリシス現象に及ぼす出口マッハ数と圧力比の影響)

安信 強, 乙部由美子, 櫻村秀男

Hysteresis Phenomenon of Shock Wave Reflection
in Overexpanded Axisymmetric Supersonic Jet
(Effect of Nozzle Exit Mach number and Pressure Ratio for Hysteresis Phenomenon)
Tsuyoshi YASUNOBU, Yumiko OTOBE and Hideo KASHIMURA

Abstract

The overexpanded supersonic jet is very important for industrial devices as same as the underexpanded jet so that had been investigated in past papers. In the recent study, furthermore, it is reported that the hysteresis phenomena for the shock-reflection type in the jet occurs under the quasi-steady flow. Many papers have been described the hysteresis phenomena for underexpanded supersonic jet, but it seems that the characteristic and mechanism of hysteresis phenomenon under the overexpanded axisymmetric jet have to be more discussed for clearly understanding this phenomena. The purpose of this study is to clear the characteristic of the hysteresis phenomena for the reflection type of shock wave at the overexpanded axisymmetric jet using the TVD method.

Keywords : Compressible Flow, Axisymmetric Flow, Overexpanded Supersonic Jet, Regular Reflection, Mach Reflection

1. はじめに

貯気圧と背圧との圧力比が準定常的に変化するとき、特定の条件下で超音速噴流中の衝撃波の反射形態の遷移が起こる圧力比などにヒステリシス現象が現れることが知られている⁽¹⁾。ヒステリシス現象は超音速噴流の噴流構造に影響を及ぼし、特に工業分野での利用では時間によって流れ場が変化しない定常噴流だけではなく、噴流の作動条件が準定常や非定常的に変化する場合も多いため、ヒステリシス現象は工業的にも重要な現象である。そのため、これまでいくつかの研究がなされているが⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾、工業的にも使用例の多い不足膨張噴流を対象としたものが多く、過膨張噴流でのヒステリシス現象についてはその存在と発生条件および流れ場の構造の変化については報告されているものの⁽⁴⁾⁽⁵⁾、マッハ数や流れ場の圧力に対する依存性や発生機構などは十分な調査がなされていない。そこで本研究では、工業的な利用の多い軸対称過膨張噴流中の衝撃波のヒステリシス現象について数値解析により調査し、出口マッハ数と圧力比がヒステリシス現象に及ぼす影響とヒステリシス現象の発生機構について考察することを目的とする。

2. 数値解析方法

軸対称過膨張噴流の模式図をFig.1に示す。軸対称の不足膨張噴流では貯気圧 p_0 と背圧 p_b との圧力比 ϕ ($\phi=p_0/p_b$)が高い領域ではノズルコーナーからバレル衝撃波が形成され、さらに噴流中の垂直衝撃波(軸対称の場合にはMach disk)と干渉して反射衝撃波が形成されるが、過膨

張噴流では図に示すようにノズル出口端から斜め衝撃波が発生し、図(a)のようにマッハシステムに相当する垂直衝撃波と干渉して反射衝撃波が形成される場合と、図(b)のように斜め衝撃波が直接干渉する場合の2種類の構造がある。この構造は貯気圧 p_0 と背圧 p_b との圧力比 ϕ によって変化し、構造が変化するときの圧力比は遷移圧力比と呼ばれる。本研究では、二次元の流れ場での衝撃波の固体壁との干渉に基づいて図(a)の場合をマッハ反射、図(b)の場合を正常反射と定義し、それぞれ記号MR, RRで表記する。

計算領域をFig.2に示す。本研究では、Fig.2に示すような流れの中心軸方向を x 軸、半径方向を y 軸とした二次元軸対称の円筒座標系の流れ場を仮定する。数値解析で利用した計算格子は $\Delta x=\Delta y$ の正方形格子で、さらに本研究では図に示すようにノズル出口マッハ数を M_e 、ノズル出口直径を d_e 、貯気圧を p_0 、背圧を p_b とそれぞれ定義し、貯気圧と背圧との圧力比を ϕ ($=p_0/p_b$)で表わす。

次に、Fig.2に示す流れ場に対して適用した基礎方程式は、次式で示す二次元軸対称の非粘性圧縮性非定常方程式、すなわちオイラー式であり、この基礎方程式をTVD法⁽⁶⁾と演算子分割法⁽⁷⁾を用いて数値解析を行なった。したがって、気体の粘性の影響は考慮されていない。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \mathbf{W} = 0 \quad (1)$$

ここで、

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{bmatrix},$$

$$W = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

式 (1) の計算に対する初期条件については比熱比を $\kappa=1.4$ とし、ノズル出口マッハ数を $M_e=3\sim 5$ の範囲内で変化させ、それぞれの出口マッハ数においてさらに過膨張噴流となる圧力比の範囲内⁽⁶⁾で圧力比を準定常的に変化させて計算した。

数値計算における時間ステップを Fig.3 に示す。本研究では、現象が時間変化によらない準定常状態を対象とするため、図に示すように初期圧力比 ϕ_{st} から圧力比の変化量 $\Delta\phi$ だけ減少させたときの定常解を準定常解として求め、次にこのときの状態を初期条件としてさらに $\Delta\phi$ だけ減少させて準定常解を求める。この過程を図に示す下限圧力比 ϕ まで繰り返したのち、今度は $\Delta\phi$ だけ圧力比を増加させながら同様に準定常解を求め、初期圧力比 ϕ_{st} まで繰り返した。本研究では、圧力比の変化量を $\Delta\phi=0.2$ に固定し、まず、定常解に至る計算回数 ξ を変化させ、準定常現象に

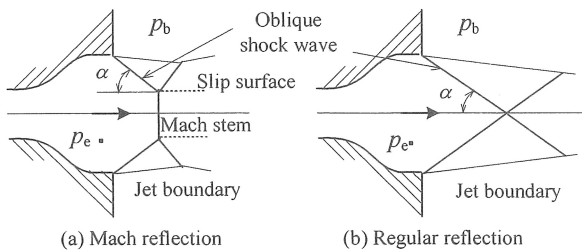


Fig.1 Schematics of jet structure of overexpanded supersonic jet

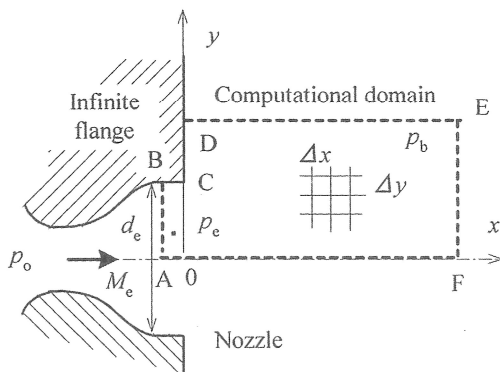


Fig.2 Computational region and symbols used in this study

対する計算の妥当性について検討したのち、ヒステリシス現象について調査した。

3. 数値解析結果と考察

1ステップあたりの計算時間(計算回数)を変化させた場合のヒステリシス現象が起こる範囲を Fig.4 に示す。図中のプロット点は、ヒステリシス現象が発生する1ステップあたりの計算時間の境界 i_{st}^* を示しており、ヒステリシス現象が発生する計算回数と1回の計算の時間間隔から算出している。本数値計算では、この境界より計算時間が多い領域ではヒステリシス現象が発生し、後述するヒステリシス現象の特性も変化しない。一方、図示した境界値より短い計算時間ではヒステリシス現象は発生せず、さらに噴流中の斜め衝撃波の位置や中心軸上の圧力分布なども計算時間によって変化し、非定常的な挙動を示した。図より、ヒステリシス現象が発生する境界値(時間)は圧力比 ϕ に依存する傾向を示すが、圧力比 ϕ の増減に対しては依存しないことがわかる。本研究では、図示した境界値を準定常状態の境界とみなし、1ステップあたりの

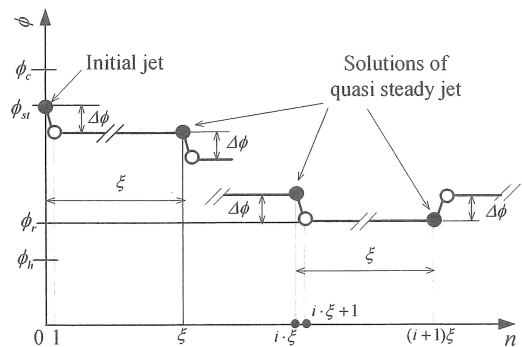


Fig.3 Procedure of pressure change

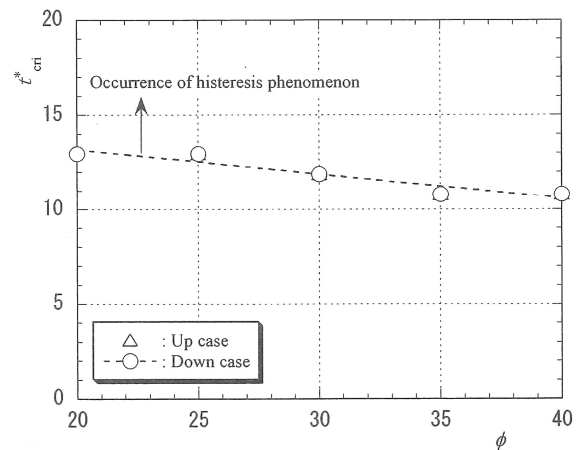


Fig.4 Region occurring hysteresis phenomenon ($M_e=5$)

計算時間(計算回数)を境界 r_{in}^* 以上となるように定めた。なお、Fig.3に示した圧力比の変化量を $\Delta\phi$ については、予め行なった予備計算では圧力比の変化量を $0.1 < \Delta\phi < 1.0$ の範囲で変化させても現象にはほとんど変化が観察されなかったため、上述した値で計算を行なった。

出口マッハ数 $M_e=4$ の場合の等密度線図をFig.5に示す。この場合の初期圧力比は $\phi_{st}=40$ 、下限圧力比は $\phi=20$ であり、図(a)から図(d)の過程は圧力比を低下させた場合、図(d)から図(g)の過程は圧力比を増加させた場合の結果を示している。図(a)から図(d)の圧力比 ϕ を低下させた過程では圧力比が $29.5 > \phi > 29$ の範囲で噴流中の衝撃波の反射形態が正常反射(RR)からマッハ反射(MR)に遷移している。しかし、図(d)から図(g)の圧力比 ϕ を増加させた過程では $34.5 < \phi < 35$ の範囲で噴流中の衝撃波の反射形態がMRからRRに遷移しており、 ϕ を低下させた過程での遷移圧力比と異なり、ヒステリシス現象が観察される。

次に、出口マッハ数 $M_e=5$ の場合の等密度線図をFig.6に示す。Fig.5と同様にこの場合の初期圧力比も $\phi_{st}=40$ 、下限

圧力比は $\phi=20$ であり、図(a)から図(d)の過程は圧力比を低下させた場合、図(d)から図(g)の過程は圧力比を増加させた場合の結果を示している。図(a)から図(d)の圧力比 ϕ を低下させた過程では圧力比が $63.5 > \phi > 63$ の範囲で噴流中の衝撃波の反射形態が正常反射(RR)からマッハ反射(MR)に遷移している。しかし、図(d)から図(g)の圧力比 ϕ を増加させた過程では $92.5 < \phi < 93$ の範囲で噴流中の衝撃波の反射形態がMRからRRに遷移しており、Fig.5と同様にヒステリシス現象が観察される。また、出口マッハ数 M_e が増加したため、ヒステリシス現象が観察される圧力比も増加し、その範囲も増えている。これらのことから、ヒステリシス現象は流れ場の圧力比 ϕ と出口マッハ数 M_e の影響を受けることがわかる。

マッハシステムおよび衝撃波の交差位置 x_i/d_e と圧力比 ϕ との関係をFig.7に示す。縦軸の交差位置 x_i/d_e は、斜め衝撃波の反射形態がMRの場合はノズル出口からマッハシステムまでの距離を、斜め衝撃波の反射形態がRRの場合はノズル出口から斜め衝撃波の交差位置までの距離を示しており、図(a)は出口マッハ数が $M_e=4$ 、図(b)は出口マ

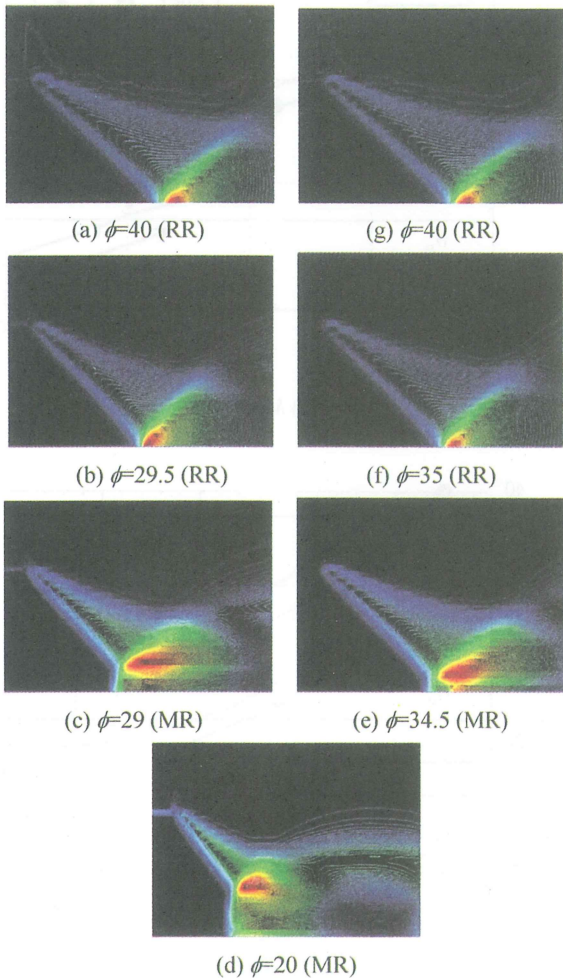


Fig.5 Typical isopycnics showing hysteresis phenomena ($M_e=4$)

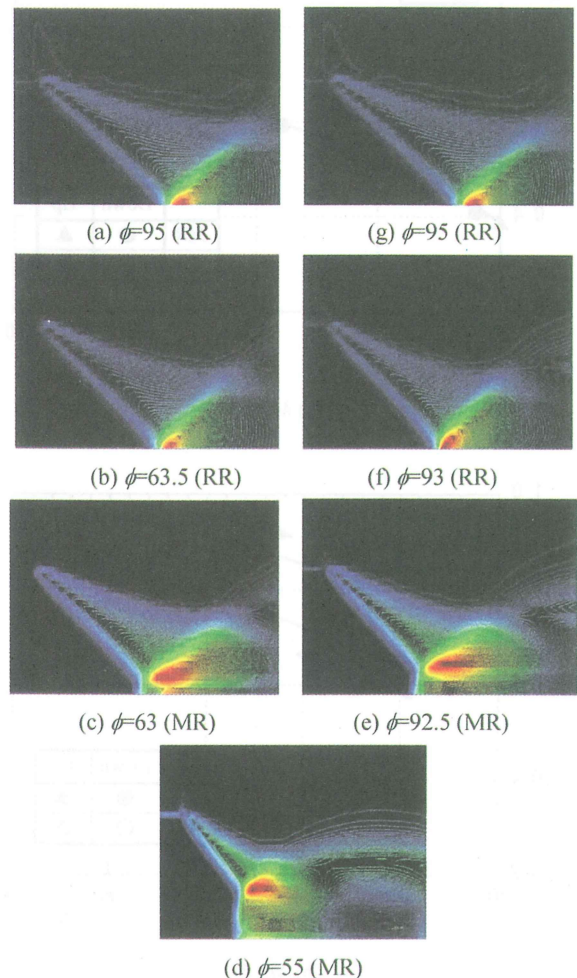


Fig.6 Typical isopycnics showing hysteresis phenomena ($M_e=5$)

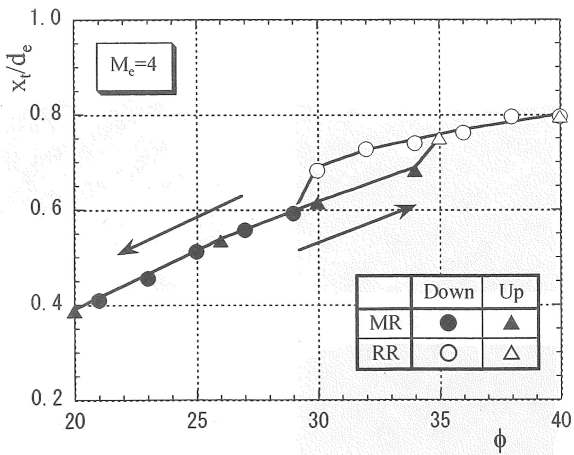
ッハ数が $M_e=5$ の場合の結果を示している。

図 (a) において、圧力比が $29 < \phi < 35$ の範囲で交差位置 x_i/d_e にヒステリシス現象が生じており、ヒステリシス現象が生じている領域では、圧力比を低下させた場合の方が x_i/d_e が大きくなる。また、Fig.5との比較から、ヒステリシス現象が生じる圧力比範囲はFig.5に示したRRとMRの遷移が生じる圧力比範囲と一致することがわかる。

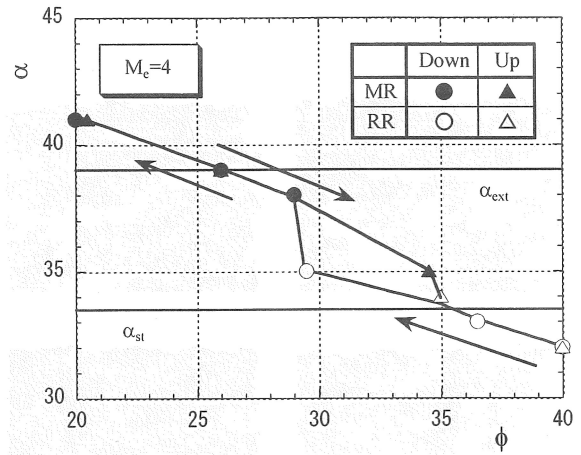
次に図(b)においては、図(a)と同様に圧力比が $63 < \phi < 93$ の範囲で交差位置 x_i/d_e にヒステリシス現象が生じているが、圧力比範囲は図 (a) と異なり、その範囲も大きくなる。また、この圧力比範囲は、Fig.6に示したRRとMRの遷移が生じる圧力比範囲と一致する。これらのことから、衝撃波の反射形態にヒステリシス現象が発生する領域においては、マッハ数および衝撃波の交差位置にもヒステリシス現象が発生することがわかる。

ノズル端面から形成される斜め衝撃波の入射角 α と圧力比 ϕ との関係をFig.8に示す。計算条件は、Fig.7と同一である。また、図中の2本の実線は、二次元の流れ場での衝撃波の反射形態に対する遷移基準を示しており、上部の実線は二衝撃波理論より算出した極限角 α_{ext} 、下部の実線は三衝撃波理論より算出した定置角 α_{st} である⁽⁸⁾。

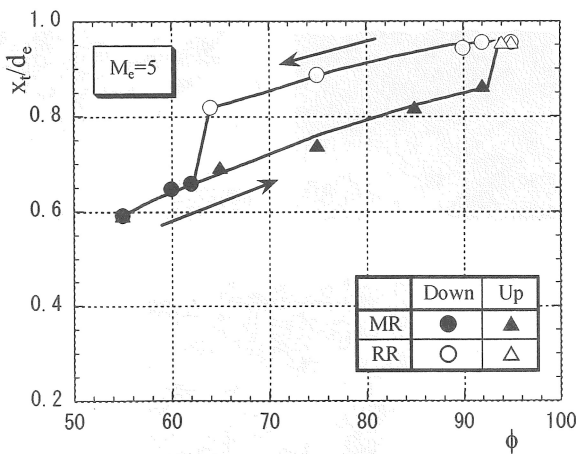
図 (a) の出口マッハ数が $M_e=4$ の結果において、圧力比 ϕ の増加によって衝撃波の入射角 α は減少することがわかる。また、圧力比が $29 < \phi < 35$ の範囲で入射角 α においてもヒステリシス現象が発生し、この現象が起こる圧力比範囲はFig.7の x_i/d_e と同一であることがわかる。この傾向は図 (b) でも同様であり、圧力比が $63 < \phi < 93$ の範囲でヒステリシス現象が発生するが、この圧力比範囲は図 (a) の範囲と異なり、範囲の大きさも拡大している。よって、ヒステリシス現象は、単に衝撃波の反射形態が遷移する圧力比のみではなく、マッハ数および衝撃波の交差



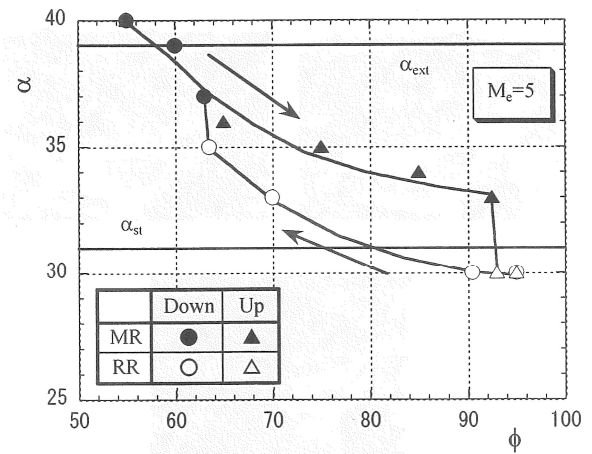
(a) $M_e=4$



(a) $M_e=4$



(b) $M_e=5$

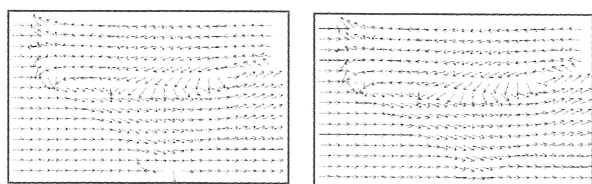


(b) $M_e=5$

Fig.7 Relation between non-dimensional intersection position x_i/d_e and pressure ratio ϕ

Fig.8 Relation between incident angle of oblique shock α and pressure ratio ϕ

位置と斜め衝撃波の入射角についても影響を及ぼす。また、ヒステリシス現象は、2本の実線で挟まれる不確定領域内で発生することがわかる。これは二次元の流れ場での衝撃波の反射形態の遷移において現れるヒステリシス現象と同一の特徴であり、過膨張噴流中の衝撃波の反射形態の遷移において現れるヒステリシス現象についても



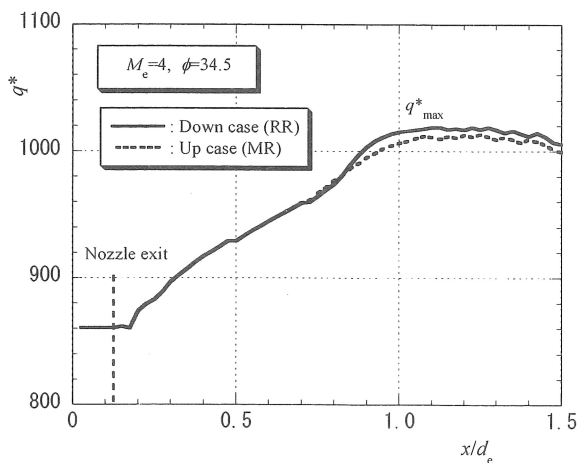
(a) Down case (RR) (b) Up case (MR)

Fig.9 Typical velocity distribution ($M_e=5, \phi=92.5$)

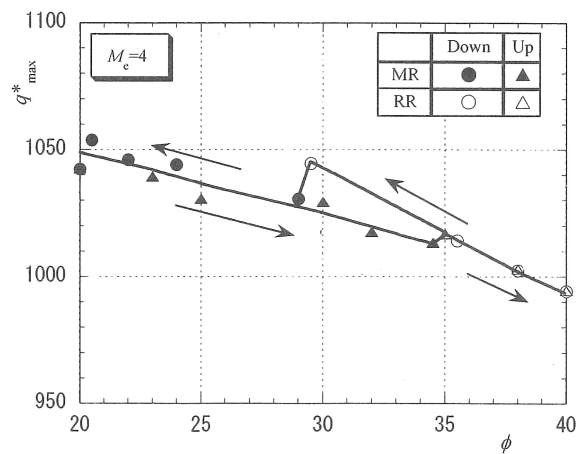
二衝撃波理論もしくは三衝撃波理論で予測できることを意味している。

ヒステリシス現象が発生しているときの流れ場内の速度ベクトルをFig.9に示す。この場合のノズル出口マッハ数は $M_e=5$ 、流れ場の圧力比は $\phi=92.5$ であり、図(a)は圧力比を低下させた場合の、図(b)は圧力比を増加させた場合の結果を示している。これらの図から、斜め衝撃波の背後の領域において噴流境界を通過して噴流中心軸に向かう速度分布が観察でき、これはエントレイメント効果によって噴流周囲から質量の流入があることを示している。また、図(a)と図(b)の比較から、質量の流入を示している速度ベクトルの分布にわずかな相違が観察され、質量の流入の相違がヒステリシス現象に関連していることが考えられる。

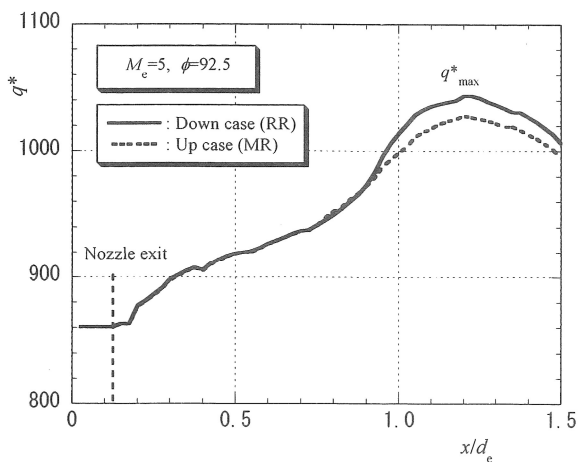
Figure 10は、ヒステリシス現象が発生したときの噴流



(a) $M_e=4, \phi=34.5$

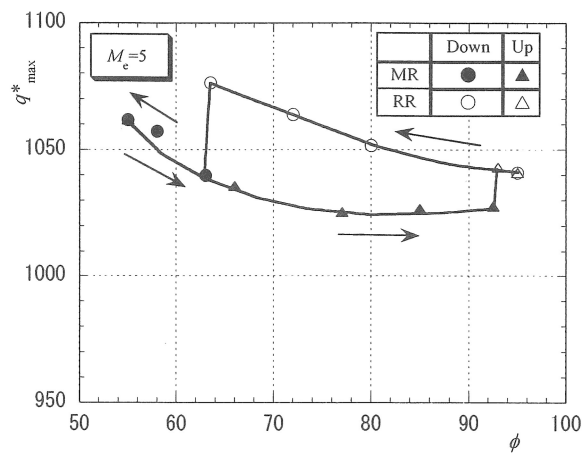


(a) $M_e=4$



(b) $M_e=5, \phi=92.5$

Fig.10 Distribution of mass flow rate



(b) $M_e=5$

Fig.11 Relation between maximum mass flow rate and pressure ratio

境界を含む一定の領域内での流れ方向に垂直な断面を通過する質量 q^* の分布を表しており、図 (a) は出口マッハ数が $M_e=4$ 、図 (b) は出口マッハ数が $M_e=5$ の場合の結果を示している。図 (a) の出口マッハ数が $M_e=4$ の結果において、断面を通過する質量 q^* はノズル出口からの距離 x/d_e の増加によって増加しており、噴流周囲からの質量の流入があることを示している。また、 $x/d_e > 0.78$ の領域で断面を通過する質量 q^* は急に増加し、Fig.5の等密度線図との比較から、この領域は斜め衝撃波背後の領域と一致する。よって、特に斜め衝撃波背後で流入質量が増加することがわかる。さらに $x/d_e > 0.78$ の領域で圧力比の増加および減少による質量 q^* の相違が観察され、一方でヒステリシス現象が発生しない場合にはこのような相違は生じないため、質量 q^* がヒステリシス現象に関係していることがわかる。この傾向は図 (b) でも同様であり、質量 q^* の値そのものに相違はあるが、質量 q^* がヒステリシス現象に関係していることがわかる。

Figure 11は、Fig.10に示した断面を通過する質量 q^* の分布での最大値 q_{max}^* と圧力比 ϕ との関係を表しており、図 (a) は出口マッハ数が $M_e=4$ 、図 (b) は出口マッハ数が $M_e=5$ の場合の結果を示している。図 (a) の出口マッハ数が $M_e=4$ の結果において、断面を通過する最大質量 q_{max}^* は流れ場の圧力比 ϕ の増加によって減少しており、圧力比 ϕ に依存することがわかる。また、圧力比が $29 < \phi < 35$ の範囲で圧力比の増減による最大質量 q_{max}^* の相違が観察され、最大質量 q_{max}^* にもヒステリシス現象が生じている。この領域は、前述した斜め衝撃波の入射角などで生じるヒステリシス現象が起こる圧力比領域と一致する。この傾向は図 (b) でも同様であり、ヒステリシス現象が起こる圧力比領域は異なるが、最大質量 q_{max}^* と圧力比 ϕ との定性的な関係は図 (a) と同様である。この図に示したように噴流内部の最大質量や質量分布に変化が生じると噴流内部のエネルギー分布も変化し、圧力や密度、温度分布も変化するため、その結果として斜め衝撃波やマッハステムの形成位置も変化する。したがって、流れ場の圧力比を準定常的に変化させた場合に圧力比の増減によって起こる噴流周囲からの流入質量の相違が衝撃波の反射形態の遷移や斜め衝撃波の入射角、および斜め衝撃波やマッハステムの形成位置のヒステリシス現象を引き起こす要因の一つであると考えられる。

4. 結論

本研究では、過膨張噴流中の衝撃波に対するヒステリシス現象を調査するために、数値解析を行なった。得られた結果を以下に要約する。

- (1) 流れ場の圧力比 ϕ を準定常的に変化させた場合、過膨張噴流中の衝撃波の反射形態の遷移が起こる圧力比や斜め衝撃波の入射角 α 、および斜め衝撃波やマッハステムの形成位置 x_i/d_e にヒステリシス現象が現れ

る。

- (2) ヒステリシス現象は一定の圧力比範囲で起こり、さらにこの圧力比範囲はノズル出口マッハ数 M_e の影響を受けて変化し、ノズル出口マッハ数 M_e の増加によってヒステリシス現象が起こる圧力比は増加し、範囲も拡大する。
- (3) 過膨張噴流中の衝撃波のヒステリシス現象は、二次元の流れ場での衝撃波の反射形態の遷移において現れる不確定領域で発生する。
- (4) 噴流周囲から噴流内部への質量の流入が生じており、上述したヒステリシス現象が生じる圧力比範囲では、圧力比の増減によって流入質量が異なる。流入質量の相違は斜め衝撃波の入射角 α 、斜め衝撃波やマッハステムの形成位置 x_i/d_e などに影響を及ぼすため、準定常状態で生じる流入質量の相違がヒステリシス現象の発生に強く影響していると考えられる。

参考文献

- (1) Gribben, B. J. et al., Numerical Study of Shock-Reflection Hysteresis in an Underexpanded Jet, AIAA J., Vol.38, No.2, (2000), p.275-283.
- (2) Deck, S., Unsteady Side Loads in a Thrust-Optimized Contour Nozzle at Hysteresis Regime, AIAA J., Vol.42, No.9, (2004), p.1878-1888.
- (3) 入江 司 他, 不足膨張噴流中に生じるマッハディスクのヒステリシス現象, 機論, 71巻, 702号, B(2005), p.412-419.
- (4) Hadjadj, A., Numerical Investigation of Shock-Reflection Phenomena in Overexpanded Supersonic Jet, AIAA J., Vol.42, No.3, (2004), p.570-577.
- (5) Baig, A. et al., Investigation of Shock-Reflection Hysteresis Phenomena in Supersonic Jet of Overexpanded Flow, Proc. of 8th Int. Symp. on Fluid Control Measurement and Visualization, (2005), p.1-9.
- (6) Yee, H. C., Upwind and symmetric shock-capturing schemes, NASA TM-89464, (1987), p.1-127.
- (7) Sod, G. A., A Numerical Study of a Converging Cylindrical Shock, J. of Fluid Mechanics, Vol.83, No.4, (1977), p.785-794.
- (8) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, 理工学社, (1997), p.263-284.

(2007年10月12日 受理)