

超音速軸対称噴流中の衝撃波のヒステリシス現象に及ぼす質量流量と圧力比の影響

安信 強, 乙部由美子, 樫村秀男

Effect of Mass Flow Rate and Pressure Ratio for Hysteresis Phenomenon of Shock Wave Reflection in Supersonic Axisymmetric Jet

Tsuyoshi YASUNOBU, Yumiko OTOBE and Hideo KASHIMURA

Abstract

When the pressure ratio of reservoir and back pressure for supersonic nozzle is changed as like quasi-steady, it is well known that the hysteresis phenomenon on the reflection of shock wave formed in supersonic jet is occurred at specific condition. Several papers have been described the hysteresis phenomenon for under or overexpanded supersonic jet. But, these papers describes the result of high exit Mach number exceeding $Me=2$, therefore, the hysteresis phenomenon occurred at low exit Mach number jet under the underexpanded axisymmetric condition has not been detailed. The purpose of this study is to clear the characteristic of hysteresis phenomenon occurred at low exit Mach number under the underexpanded axisymmetric condition by the TVD numerical method and experiment. From the result of this study, it is concluded that the maximum flow rate.

Keywords : Supersonic Jet, Mach Disk, Barrel Shock, Regular Reflection, Mach Reflection

1. はじめに

超音速噴流を発生させる貯気圧と背圧との圧力比が準定常的に変化するとき, 例えば噴流中の衝撃波の形成位置などにヒステリシス現象が特定の条件下で発生することが知られている。ヒステリシス現象が発生すると同一の圧力比であっても噴流構造に相違が生じるため, 工業的な利用において問題となる可能性がある。そのため, 二次元軸対称の超音速噴流中の衝撃波のヒステリシス現象についてこれまでにいくつかの報告^{(1)~(4)}がなされており, ヒステリシス現象が生じる圧力比範囲や, 二次元の流れ場における衝撃波のヒステリシス現象と同様に, 二次元軸対称の超音速噴流中の衝撃波においてもヒステリシス現象が不確定領域で発生することなどが明らかにされている⁽³⁾⁽⁴⁾。しかし, これまでの研究はノズル出口マッハ数が高い場合が多く, 工業的な利用においてはノズル出口マッハ数が低い場合についても調査が必要と考えられる。さらに, ヒステリシス現象の特性については調査されているが, ヒステリシス現象の発生メカニズムについては, 十分な議論がなされていない。そこで本研究では, 出口マッハ数が低い不足膨張噴流中の衝撃波のヒステリシス現象を対象とし, 流れ場の圧力比がヒステリシス現象に及ぼす影響について数値解析により調査する。また, ヒステリシス現象の発生原因としてエントレイメント効果に着目し, 質量流量がヒステリシス現象に及ぼす影響について数値解析により調査する。

2. 数値解析方法

超音速不足膨張噴流の代表的な波動構造の模式図を Fig.1 に示す。図(a)は圧縮と膨張が交互に規則正しく生じ

るセル構造を示しており, 貯気圧 p_0 と背圧 p_b との圧力比 $\phi (= p_0/p_b)$ が低い場合に発生し, 噴流中には衝撃波は形成されない。これに対して図(b)は圧力比 ϕ が高い場合に発生し, 噴流中にはバレル衝撃波 (Barrel shock) やマッハディスク (Mach disk), 反射衝撃波 (Reflected shock) などが形成される。ノズル出口から形成された膨張波は噴流境界で反射して圧縮波となるが, 圧力比 ϕ が高くなると噴流境界で膨張波は集積し, バレル衝撃波になる。

計算領域を Fig.2 に示す。本研究では図に示すような流れの中心軸方向を x 軸, 半径方向を y 軸とした二次元軸対称の円筒座標系の流れ場を仮定し, $\Delta x = \Delta y$ の正方形格子を用いている。また, 本研究では, 図に示すようにノズル出口マッハ数を Me , ノズル出口直径を d_e , 貯気圧を p_0 , 背圧を p_b とそれぞれ定義し, 貯気圧と背圧との圧力比を $\phi (= p_0/p_b)$ で表わす。

本研究では, Fig.2 に示す流れ場に対して次式で示す二次元軸対称の非粘性の圧縮性非定常方程式を適用し, TVD法⁽⁵⁾と演算子分割法⁽⁶⁾を用いて数値解析を行なった。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \mathbf{W} = 0 \quad (1)$$

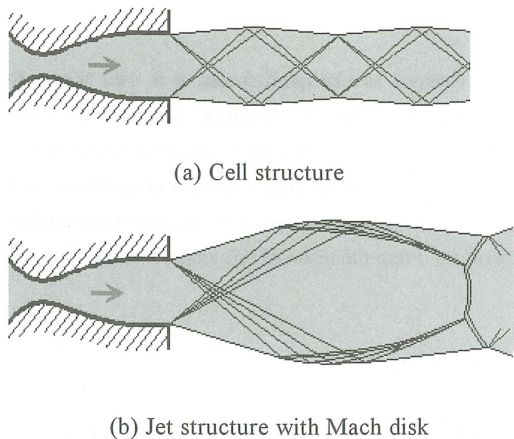
ここで,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

また、初期条件については比熱比を $\kappa=1.4$ とし、ノズル出口マッハ数を $M_e=1, 1.5$ と変化させ、それぞれの出口マッハ数においてさらに不足膨張噴流となる圧力比の範囲内⁽⁷⁾で圧力比を準定常的に変化させ、計算を行なった。

数値計算における時間ステップを Fig.3 に示す。本



(a) Cell structure
(b) Jet structure with Mach disk
Fig. 1 Schematics of jet structure of underexpanded supersonic jet

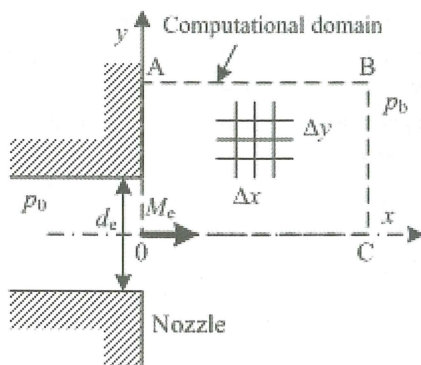


Fig.2 Computational region and symbols used in this study

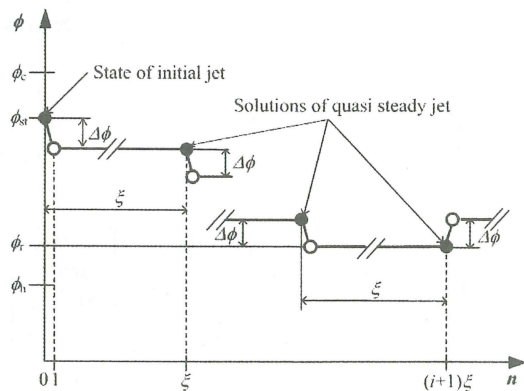


Fig.3 Procedure of pressure change

研究では、現象が時間変化によらない準定常状態を対象とするため、図に示すように初期圧力比 ϕ_{st} から圧力比の変化量 $\Delta\phi$ だけ減少させたときの定常解を準定常解として求め、次にこのときの状態を初期条件としてさらに $\Delta\phi$ だけ減少させて準定常解を求め、これを下限圧力比 ϕ_l まで繰り返したのち、今度は $\Delta\phi$ だけ圧力比を増加させながら準定常解を求め、初期圧力比 ϕ_{st} まで繰り返す。本研究では、圧力比の変化量を $\Delta\phi=0.293\sim 0.665$ の範囲で変化させ、ヒステリシス現象について調査した。

3. 実験結果と考察

出口マッハ数 $M_e=1$ の場合の等密度線図を Fig.4 に示す。この場合の初期圧力比は $\phi_{st}=9$ 、下限圧力比は $\phi_l=3$ 、圧力比の変化量は $\Delta\phi=0.665$ である。圧力比が同一である図 (b) と図 (d) を比較すると、噴流中のマッハディスクの位置と直径に差異が生じており、ヒステリシス現象が観察される。

噴流中心軸上の圧力分布を Fig.5 に示す。図 (a) は出口マッハ数 $M_e=1.5$ の場合の結果を、図 (b) は $M_e=1$ の場合の結果をそれぞれ示しており、図の横軸はノズル出口を原点とする無次元距離を表している。また、いずれの図においても実線は圧力比 ϕ を減少させた場合、破線は増加させた場合の結果を表している。図 (a) において、気体がノズル出口から膨張して加速されるために圧力は等エントロピー的に減少したのち、噴流中の衝撃波などによって気体が減速されるために圧力が回復する様子がわかる。また、特に $\phi=7.4$ の結果において圧力分布と記号 p_m' で示すマッハディスク背後の圧力に圧力比の増減による差異が観察され、ヒステリシス現象が確認できる。圧力が急

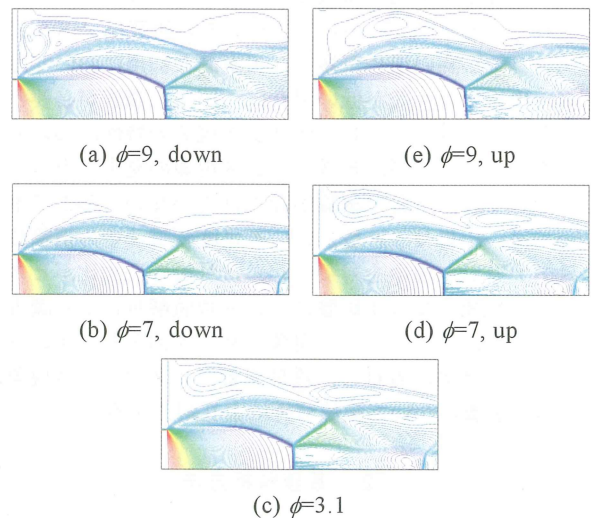


Fig.4 Typical isopycnics showing hysteresis phenomenon ($M_e=1, \Delta\phi=0.665$)

激に回復する位置がマッハディスクの形成位置であるので、ヒステリシス現象は噴流中のマッハディスクの形成位置と衝撃波背後の圧力に影響を与えることがわかる。これらの傾向は図 (b) の $M_e=1$ の場合の結果も同様であり、ヒステリシス現象が噴流中の衝撃波の形成位置と衝撃波背後の圧力に影響を与えることが明らかであるが、図 (a) と比べて衝撃波の形成位置と衝撃波背後の圧力の差異は少なく、出口マッハ数 M_e もヒステリシス現象に影響を及ぼすことがわかる。

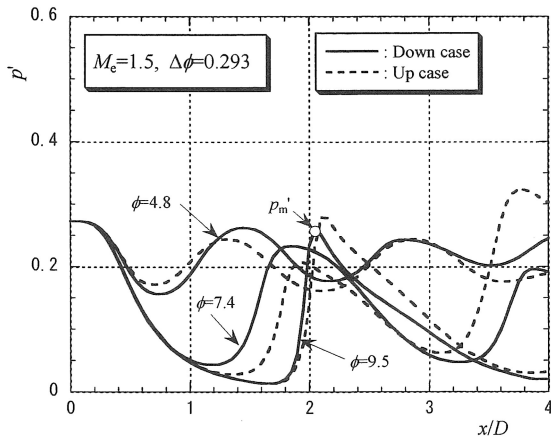
マッハディスクの無次元形成位置 x_m/d_e と圧力比 ϕ との関係を図 6 に示す。Fig.5 と同様に図 (a) は $M_e=1.5$ の場合の結果を、図 (b) は $M_e=1$ の場合の結果をそれぞれ示しており、さらに図中のプロット点の記号の相違は圧力比の増減を示す。また、図 (b) の破線は $M_e=1$ の自由噴流中のマッハディスクの形成位

置に関するAddyの結果⁽⁸⁾を示しており、次式で与えられる。

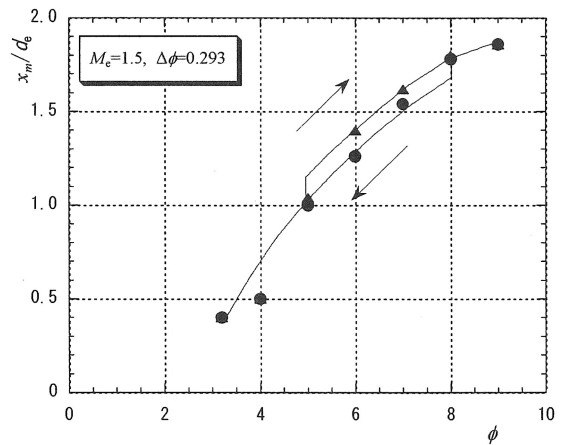
$$x_m/d_e = 0.65\sqrt{\phi} \quad (2)$$

図 (a) において、圧力比が $5 < \phi < 8$ の範囲で圧力比の増減によってマッハディスクの形成位置が異なっており、この圧力比領域においてヒステリシス現象が発生している。また、図 (b) の $M_e=1$ の結果においても圧力比が $3.5 < \phi < 4.5$ の範囲でヒステリシス現象が観察され、いずれの出口マッハ数 M_e においてもヒステリシス現象が発生しているが、ヒステリシス現象が生じる圧力比領域とその大きさは出口マッハ数に依存し、 M_e が減少するとヒステリシス現象が生じる圧力比領域は低下し、その大きさも減少する。

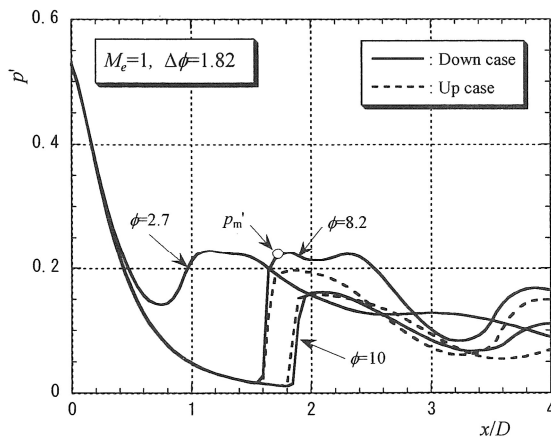
マッハディスクの無次元直径 d_m/d_e と圧力比 ϕ との関係を図 7 に示す。この場合の出口マッハ数は



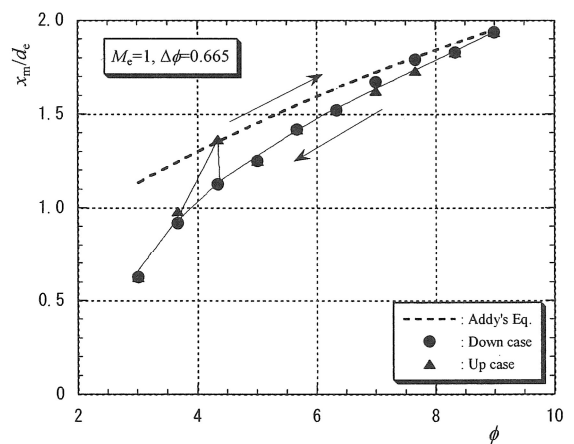
(a) $M_e=1.5, \Delta\phi=0.293$



(a) $M_e=1.5, \Delta\phi=0.293$



(b) $M_e=1, \Delta\phi=1.82$



(b) $M_e=1, \Delta\phi=0.665$

Fig.5 Typical pressure distributions on jet axis

Fig.6 Relation between position of Mach disk x_m/d_e and pressure ratio ϕ

$M_e=1$ で, Fig.6 と同様に図中のプロット点の記号の相違は圧力比の増減を示す。また, 図中の破線は $M_e=1$ の自由噴流中のマッハディスクの直径に関するAddyの結果⁽⁸⁾を示しており, 次式で与えられる。

$$d_m/d_e = 0.36\sqrt{(\phi - 3.9)} \quad (3)$$

図より $d_m/d_e=0$, すなわちマッハディスクを伴わないセル構造からマッハディスクを伴った噴流構造に遷移する圧力比において圧力比の増減による影響が観察され, 圧力比を増加させた場合の方がマッハディスクを伴った噴流構造に遷移する圧力比が高くなる。また, 遷移が生じる圧力比領域は $3.5 < \phi < 4.5$ の範囲であり, Fig.6(b) のヒステリシス現象が発生する領域と一致する。よって, $M_e=1$ では, マッハディスクの直径については噴流構造が遷移する圧力比にヒステリ

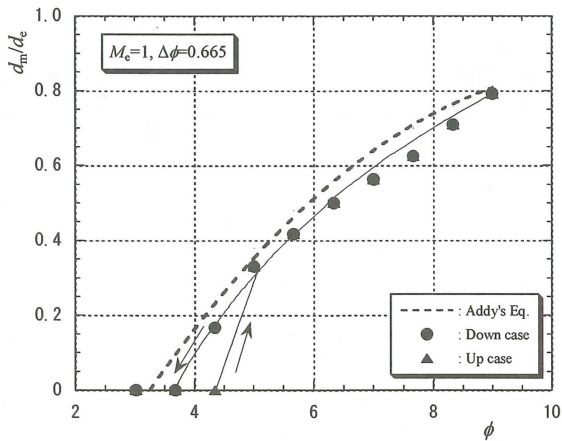


Fig.7 Relation between diameter of Mach disk d_m/d_e and pressure ratio ϕ ($M_e=1, \Delta\phi=0.665$)

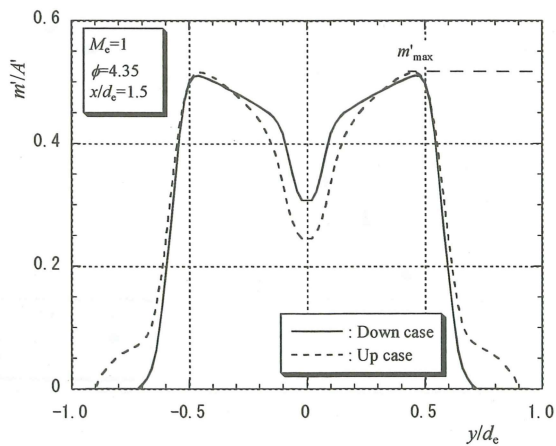
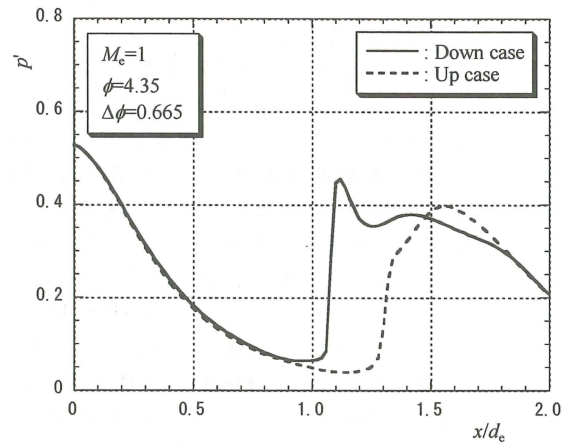
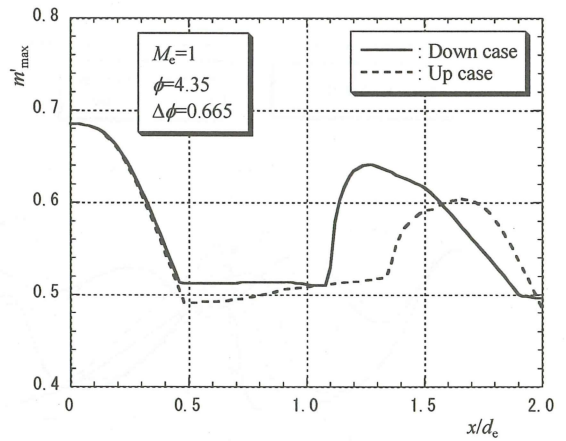


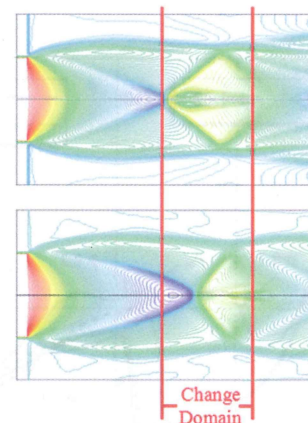
Fig.8 Mass flow rate distribution for radial direction ($M_e=1, \phi=4.35, x/d_e=1.5, \Delta\phi=0.665$)



(a) Pressure distribution on jet axis



(b) Maximum mass flow rate distribution for axis direction



(c) Isopycnics obtained at this condition
Fig.9 Typical pressure and maximum mass flow rate distribution for axis direction ($M_e=1, \phi=4.35, \Delta\phi=0.665$)

シス現象が生じる。

$x/D=1.5$ での y 軸方向の噴流の単位断面積当たりの無次元質量流量 m'/A' の分布を Fig.8 に示す。ここで m' は、任意の y 軸方向の断面上 (Fig.8 の場合は $x/D=1.5$) の各計算格子を通過する無次元質量流量, A' は計算格子の無次元断面積である。また、図中の線種の相違は圧力比の増減を示している。図より無次元質量流量は噴流境界で急速に減少し、噴流周囲では $m'/A'=0$, すなわち質量の流出入はないことがわかる。また、圧力比の増減によって無次元質量流量の分布に相違が観察される。そこで本研究では y 軸方向の無次元質量流量の最大値に注目し (記号 m'_{\max} で示す), x 軸方向の任意の断面上で m'_{\max} を求め、考察する。

中心軸上の圧力分布と x 軸方向の m'_{\max} の分布, およびこのときの等密度線図を Fig.9 に示す。このときの圧力比は $\phi=4.35$ であり, 図 (a) の中心軸上の圧力分布からわかるように, この条件ではヒステリシス現象によるマッハディスクの形成位置の差異が比較的大きい。このときの無次元質量流量の最大値 m'_{\max} の分布は図 (b) に示すようにノズル出口から減少したのちにほぼ一定となり, その後, 再び増加と減少が生じる。また, 圧力比の増減の影響については, ノズル出口から m'_{\max} がほぼ一定となる領域までは差異はほとんど観察されないが, その後の増加, 減少領域では差異がはっきり観察され, 圧力比を減少させた場合の方が質量流量の最大値 m'_{\max} は大きい。これは圧力比の増減によりエントレインメント効果に基づく質量の流出入に相違があることを示しており, 質量流量に相違が生じると流れ場内の圧力や温度などの分布に相違が現れ, その結果, 流れ場内の衝撃波の形成位置も影響を受ける。よって, 質量流量の最大値, もしくは分布の相違がヒステリシス現象の発生に強く影響すると考えられる。さらに図 (c) の等密度線図に注目すると, 図 (b) の質量流量の最大値 m'_{\max} の増加, 減少が生じる領域は図 (c) の実線で示す領域, すなわちマッハディスクおよび反射衝撃波背後の領域に相当する。よって, ノズル出口からマッハディスクまでの領域では圧力比の増減による質量流量の最大値 m'_{\max} の変化はほとんど起こらず, マッハディスクおよび反射衝撃波背後の領域で変化が生じる。質量流量の急激な増減がその領域のマッハ数に影響を与えると考えられる。

4. 結 論

本研究では, 出口マッハ数が低い不足膨張噴流でのヒステリシス現象について数値解析により調査を行った。得られた結果を以下に要約する。

- (1) 流れ場の圧力比 ϕ を準定常的に変化させたとき, 出口マッハ数 M_e が低い不足膨張噴流においても

ヒステリシス現象が現れることが明らかとなった。

- (2) 出口マッハ数 M_e が変化するとヒステリシス現象が発生する圧力比範囲も変化し, M_e が増加すると圧力比範囲も増加し, その大きさも増加する。
- (3) 出口マッハ数が $M_e=1$ の場合, ヒステリシス現象によりマッハディスクの形成位置と噴流構造が遷移する圧力比が変化する。
- (4) ノズル出口からマッハディスクまでの領域では, y 軸方向の質量流量の最大値 $m'_{y,\max}$ に対する圧力比の増減による影響はほとんど現れないが, マッハディスクおよび反射衝撃波背後の領域では圧力比の増減により顕著な影響が観察され, 圧力比を減少させた場合の方が質量流量の最大値 $m'_{y,\max}$ は大きい。

参考文献

- (1) Gribben B. J., Badcock K. J. and Richards B. E., Numerical Study of Shock-Reflection Hysteresis in an Underexpanded Jet, AIAA J., Vol.38, No.2, (2000), p.275-283.
- (2) Hadjadj A., Numerical Investigation of Shock-Reflection Phenomena in Overexpanded Supersonic Jet, AIAA J., Vol. 42, No.3, (2004), p.570-577.
- (3) Irie T., Yasunobu T., Kashimura H. and Setoguchi T., Hysteresis Phenomena of Mach Disk Formation in an Underexpanded Jet, Theoretical and Applied Mechanics Japan, Vol.53, (2004), p.81-187.
- (4) Yasunobu T., Otobe Y., Kashimura H., Matsuo S., Setoguchi T. and Shen Yu, Characteristic of Hysteresis Phenomena on Shock Wave Structure in Overexpanded Axisymmetric Supersonic Jet, J. of Turbo & Jet-Engines, Vol.26, No.1, (2009), p.1-7.
- (5) Yee H. C., Upwind and symmetric shock-capturing schemes, NASA TM-89464, (1987), p.1-127.
- (6) Sod G. A., A Numerical Study of A Converging Cylindrical Shock, J. of Fluid Mechanics, Vol.83, No.4, (1977), p.785-794.
- (7) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, 理工学社, (1997), p.263-284.
- (8) Addy A. L., Effects of Axisymmetric Sonic Nozzle Geometry on Mach Disk Characteristics, AIAA J., Vol.19, No.1, (1981), p.121-122.

(2009年10月9日 受理)