

ノズル出口直径が軸対称超音速噴流の内部構造に及ぼす影響

乙部 由美子・大内 崇史*・櫻村 秀男・瀬戸口 俊明**

Effect of Nozzle Exit Diameter on Jet Structure of Axisymmetric Supersonic Jet

Yumiko OTOBE, Takafumi OUCHI*, Hideo KASHIMURA and Toshiaki SETOGUCHI**

Abstract

The numerical results of supersonic jet are non-dimensionalized by the nozzle exit diameter for the analysis of jet structures. Recently, the micro-nozzles of milli-m or micro-m size are used in industrial engineering. In these cases, it seems that the similarity in jet structures has not been guaranteed yet, so this paper aims to clarify the influence of the nozzle diameter on the structure of under-expanded supersonic jet by numerical analysis. In this study, the jet structure, the location and the diameter of Mach disk, the sonic line and the boundary layer in the nozzle are analyzed decreasing the nozzle diameter from 12.7 mm.

Key words: Micro nozzle, Nozzle diameter, Supersonic jet, Mach disk, Numerical analysis.

1. はじめに

様々な工業分野で活用されている超音速自由噴流については、多くの研究がなされており¹⁾²⁾、その噴流構造は、ノズルの出口直径に対して相似的事であることが知られている。また、近年工業分野で利用されるようになったマイクロノズルやマイクロジェットについても、研究が行われているが³⁾⁴⁾⁵⁾、マイクロノズルのようにノズルの出口直径が極めて小さい場合、ノズル内部の境界層などが噴流構造の相似性に影響を与えると考えられる⁶⁾。

そこで、本研究ではノズル出口直径が極めて小さい場合の噴流構造の相似性について、数値計算により調査する。超音速不足膨張自由噴流を対象とし、ノズルには先細の円形ノズルを用いて、出口直径を 12.7mm から徐々に小さくして行き、噴流内のマッハディスクの形成位置と直径や、ノズル出口付近の境界層の厚さ、質量流量などについて考察する。

2. 数値解析手法

本解析において用いた基礎方程式は、軸対称非定常圧縮性 Navier-Stokes 方程式で、式(1)で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial r} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial r} + \frac{1}{r} \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{U} は保存ベクトル、 \mathbf{E} と \mathbf{F} は対流項ベクトル、 \mathbf{R} と \mathbf{S} は粘性項ベクトル、 \mathbf{H}_1 と \mathbf{H}_2 はそれぞれ軸対称、乱流モデルに関する項である。計算はよどみ点における物理量で無次元化を行い、空間三次精度 MUSCL 型有限差分 TVD スキーム⁷⁾を適用して行なった。また、粘性項には二次精度中心差分、時間積分には二次精度の時間分割法を用い、乱流モデルには k-R モデル⁸⁾を用いた。

計算に用いた円形ノズルの断面図を Fig. 1 に示す。これは出口で最小断面を持つ軸対称音速ノズルで、Addy⁹⁾

* 九州大学工学部 学部生

** 佐賀大学理工学部 (〒840-8502 佐賀市本庄町1)

が実験で用いたものと同形状である。本解析ではノズルの出口直径を 12.7mm から 0.2mm まで変化させた。また、よどみ室での圧力 (大気圧) p_0 と背圧 p_b との比 p_b/p_0 を圧力比 ϕ とし、 $\phi=5.0, 6.2, 7.0$ の計算を行なった。境界条件として、壁面では滑りなし、噴流中心軸上では対称条件、自由境界面上では各変数の勾配が零となるようにした。

計算格子の格子数は、ノズル上流部で 35 (流れ方向) × 30 (半径方向)、ノズル下流部で 200 (流れ方向) × 60 (半径方向) とし、ノズル壁面や出口付近、マッハディスクが形成される位置付近では、格子を密にしている。

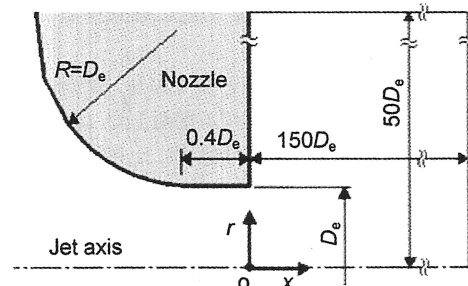


Fig. 1 Nozzle geometry.

3. 結果および考察

圧力比 $\phi=6.2$ における計算結果の例を Fig. 2 に示す。Fig. 2 (a) が出口直径 $D_e=12.7\text{mm}$ 、Fig. 2 (b) が $D_e=0.2\text{mm}$ の場合の等密度線図である。図に示すように、本解析の範囲では不足膨張噴流で、噴流境界内にバレル衝撃波、マッハディスク、反射衝撃波や滑り面が存在する。ノズル出口からマッハディスクまでの距離を x_0 とし、マッハディスクの直径を D_0 とする。Fig. 2 (a) と (b) を比較すると出口直径が大きい (a) の方がマッハディスクの直径が大きいことがわかる。出口直径で無次元化したマッハディスクの大きさは、それぞれ (a) が $D_0/D_e=0.5$ で、(b) が $D_0/D_e=0.4$ である。また、ノズル内部に見られる境界層は出口直径が小さい (b) の方が厚くなっていることがわかる。

ノズル出口からマッハディスクまでの距離 x_0 とマッハ

ディスクの直径 D_m は、 D_e が大きいときは圧力比に対してほぼ一定の値 $x_{m,a}$, $D_{m,a}$ となるので、それらの収束値でそれぞれを無次元化して、ノズルの出口直径の大きさとの関係を調べた。Fig. 3 にマッハディスクまでの距離 $x_m/x_{m,a}$ と D_e の関係を、Fig. 4 にマッハディスクの直径 $D_m/D_{m,a}$ と D_e の関係を示している。これらの図より、 $D_e \leq 6.0\text{mm}$ の領域では D_e の減少と共にマッハディスクまでの距離 $x_m/x_{m,a}$ やマッハディスクの直径 $D_m/D_{m,a}$ も減少し、相似則が成り立たなくなることがわかる。特に $D_e \leq 3.0\text{mm}$ の範囲では顕著である。この傾向は x_m と D_m のいずれにおいても同様に見られるが、漸近値に対する減少の割合は x_m が 1~2% であるのに対して、 D_m は 10~20% と非常に大きく、ノズルの大きさの影響を強く受けているといえる。これらの傾向はいずれの圧力比においても、同様に見られる。

Fig. 5(a) は圧力比 $\phi=6.2$ の場合のノズル出口付近における音速線の形状を示している。本解析で用いたノズルは音速ノズルで、粘性を考慮しない単純な一次元理論ではノズル出口でマッハ数が 1 であるが、実際には図に示すように音速線はノズル内部に存在しており、出口直径 D_e の減少と共に、ノズル出口端から上流側へ移動している。音速線が噴流中心軸と交わる位置を $x_{m,a}$ とし、ノズルの大きさとの関係を Fig. 5(b) に示している。図より音速線の位置は圧力比 ϕ によらず、ノズル出口直径 D_e のみで定まることがわかる。また、出口直径 D_e の減少と共に、音速線と噴流中心軸との交点 $x_{m,a}$ はノズル出口からノズルの内部方向に移動するが、その位置は $x/D_e=-0.15$ 付近に収束することがわかる。

本解析では粘性の流れ場を対象としており、壁面は滑りなし条件で計算しているため、ノズル壁面上では流れの速度は 0 であり、ノズル壁面付近には主流に比べて速度が遅い境界層が存在する。Fig. 6 は圧力比 $\phi=6.2$ の場合のノズル

ル出口付近における半径方向の速度 v_r (よどみ状態の音速 a_0 で無次元化) の分布を示している。Fig. 6(a) は出口直径 $D_e=3.0\text{mm}$ 、Fig. 6(b) は $D_e=0.3\text{mm}$ の場合である。図はいずれも、ノズル出口端 $x/D_e=0.0$ とノズル内部の二点 $x/D_e=-0.066$, -0.156 における速度分布を表わしている。ノズル内部でも出口に近い領域では、噴流中心部より噴流の速度が速い部分がノズル壁に近い方に存在していることがわかる。これは、ノズルより下流側の自由噴流において、噴流中心部より外側のバレル衝撃波の速度が速くなっている特性と同様の傾向であり、すでにノズル内部からその特徴が表れているものと思われる。 $x/D_e=-0.156$ では噴流中心部の速度が最大になっており、これは出口直径の大きさにかかわらず共通している。Fig. 6(a) と (b) を比べると出口直径が小さい (b) の方がノズル壁面近傍で速度が小さくなっている範囲が大きいことがわかる。

噴流中心軸上の流れの速さである主流速度の 99% 未満の速度で流れる部分を境界層と定義し¹⁰⁾、境界層の厚さを出口直径 D_e で無次元化した値 δ/D_e を求め Fig. 7 に示している。Fig. 7(a) と (b) は出口直径 $D_e=3.0\text{mm}$ と $D_e=0.3\text{mm}$ の場合のノズル出口端から $x/D_e=-0.4$ までの境界層の形状を表わしている。両者を比べると、出口直径が小さい (b) の方が境界層の出口直径による無次元値 δ/D_e が大きくなっており、Fig. 6 で見られた傾向と合致している。しかし、

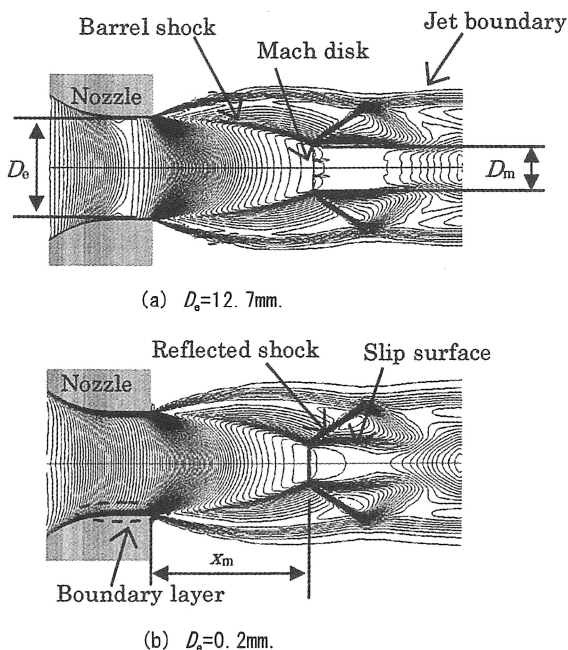


Fig. 2 Contour of iso-density ($\phi=6.2$).

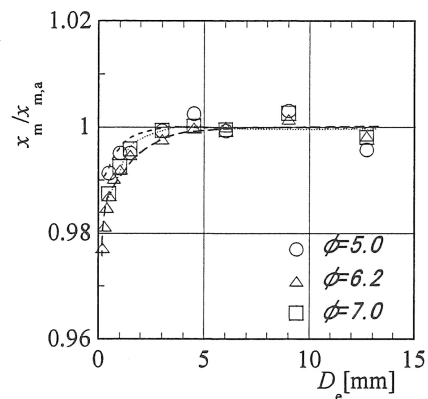


Fig. 3 Non-dimensional position of Mach disk.

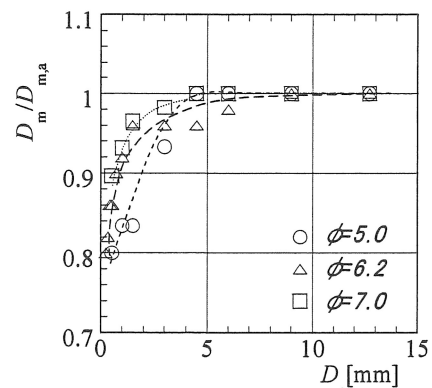
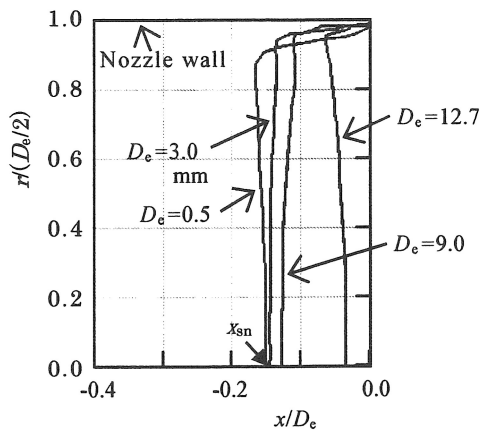


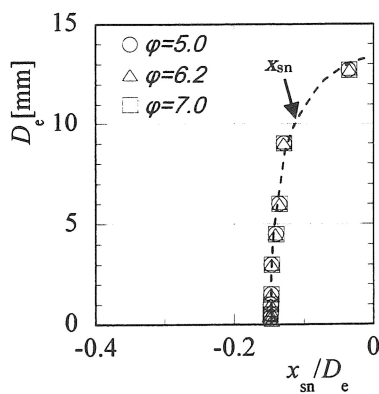
Fig. 4 Non-dimensional diameter of Mach disk.

$x/D_e = -0.156$ 付近で境界層が最も厚くなっている特徴は両者に共通している。Fig. 7(c)は無次元化した境界層の厚さ δ/D_e と出口直径 D_e との関係を表している。凡例に示す 3 箇所における境界層の厚さはいずれも、 $D_e \leq 6.0\text{mm}$ の領域で D_e の減少と共に増加し、さらに $D_e \leq 3.0\text{mm}$ の領域でこの傾向がより強まっている。これは圧力比 $\phi = 6.2$ の計算結果であるが、それ以外の圧力比においても同じ傾向であり、境界層の厚さは音速線と同様に圧力比 ϕ にはよらず、ノズル出口直径の大きさに影響されていることがわかる

完全気体の一次元等エントロピー流れでは、ノズル前後の圧力比が臨界値 ($1/\phi = 0.528$) を超え、流れが臨界状態になると $A_e p_0 / \sqrt{RT_0}$ で無次元化された理論質量流量は 0.685 に収束することが知られているが¹¹⁾、実際の流量値は境界層の影響でこれより少なくなる。理論質量流量と圧力比の逆数との関係を Fig. 8(a) に示している。本解析における圧力比の場合は図中に示すように、噴流の状態は収束域の範囲にある。ノズル出口端における質量流量とノズル出口直径 D_e との関係を図 8(b) に示している。ノズルが大きいとき無次元化流量は 0.685 に近い値であるが、 $D_e \leq 6.0\text{mm}$ の領域では出口直径の減少とともに質量流量は少なくなり、 $D_e \leq 3.0\text{mm}$ の範囲ではさらに大きく減少している。



(a) Shape of Sonic line ($\phi = 6.2$).



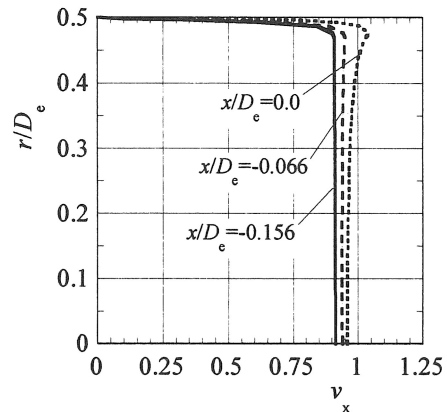
(b) Position of Sonic line on jet axis ($\phi = 5.0, 6.2, 7.0$)

Fig. 5 Sonic line at nozzle exit.

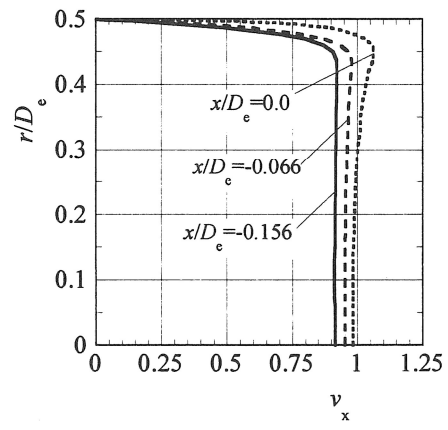
4. まとめ

本研究では、円形ノズルで形成される超音速不足膨張噴流に対して、ノズル出口直径 D_e が小さい場合、噴流の内部構造や噴流の相似性に及ぼす影響について数値計算により調査し、以下の結果を得た。

- 1) $D_e \leq 6.0\text{mm}$ の範囲ではいずれの圧力比においても、無次元化したマッハディスクまでの距離 x_0/D_e 、無次元化したマッハディスクの直径 D_0/D_e は出口直径 D_e の減少とともに減少し、相似則が成り立たなくなる。さらに、 $D_e \leq 3.0\text{mm}$ の範囲ではこれらの傾向が顕著になる。
- 2) ノズル出口付近における音速線は出口直径 D_e の減少と共に、ノズル出口からノズルの内部方向に移動するが、音速線と噴流中心軸との交点 x_{sn} は $x/D_e = -0.15$ 付近に収束する
- 3) $D_e \leq 6.0\text{mm}$ の範囲で無次元化した境界層の厚さ δ/D_e はいずれの圧力比においても、出口直径 D_e の減少と共に増加し、さらに $D_e \leq 3.0\text{mm}$ の範囲でこの傾向がより強まる。
- 4) $D_e \leq 6.0\text{mm}$ の範囲では出口直径 D_e の減少とともに質量流量は減少し、 $D_e \leq 3.0\text{mm}$ の範囲ではさらに大きく減少する。



(a) $\phi = 6.2, D_e = 3.0\text{mm}$.



(b) $\phi = 6.2, D_e = 0.3\text{mm}$.

Fig. 6 Distribution of flow velocity at nozzle exit.

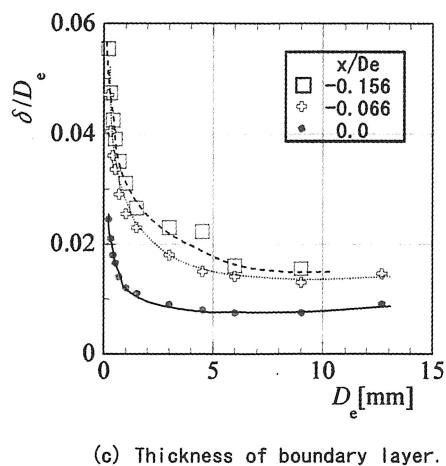
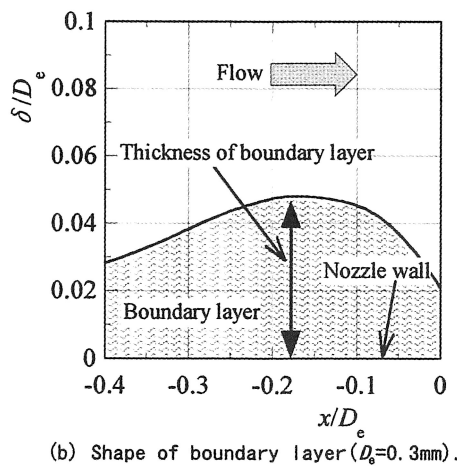
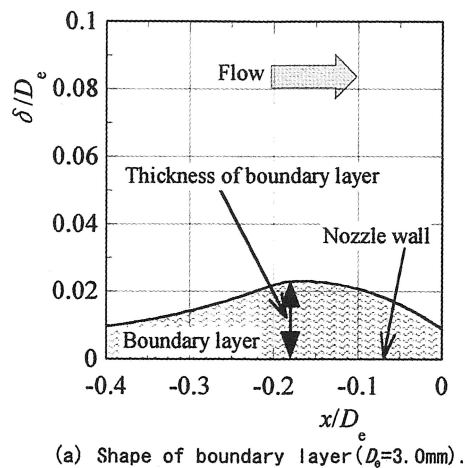


Fig.7 Non-dimensional thickness of boundary layer ($\phi=6.2$).

参考文献

- 1) Man, H. C., Optics & Laser Technology, 30 (1998), pp. 497.
- 2) Y. Otobe, Trans. of JSME, B-72-714 (2006), pp. 1165-1172.

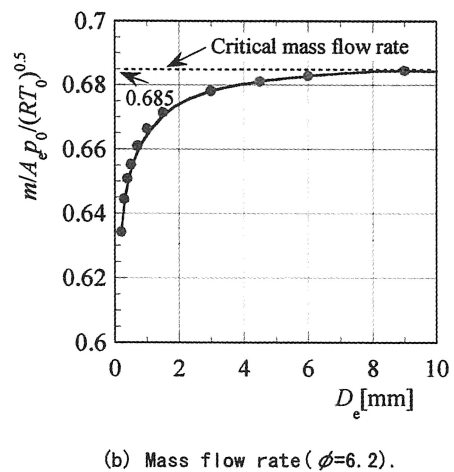
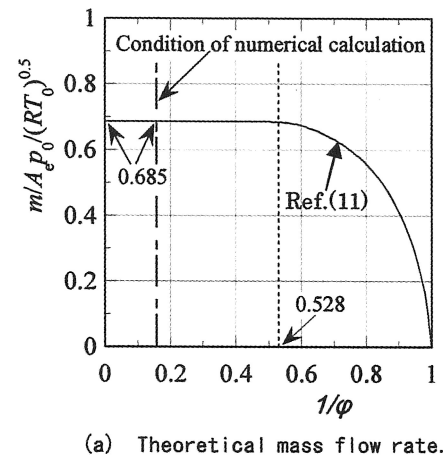


Fig.8 Non-dimensional mass flow rate.

- 3) P. F. Hao, et al., "Size effect on gas flow in micro nozzles", J. Micromech. Microeng., Vol. 15, (2005), pp. 2069-2073
- 4) K. A. Phalnikar, et al., "Experiments on free and impinging supersonic microjets", Exp. Fluids, Vol. 44, (2008), pp. 819-830
- 5) P. S. Koihe, et al., "Density Measurements in a Supersonic Microjet Using Miniature Rainbow Schlieren Deflectometry", AIAA J., Vol. 47, No. 4, (2009), pp. 830-838
- 6) 社河内俊彦, 噴流工学, 森北出版, (2004), 4.
- 7) Yee, H. C., NASA TM-89464, (1989)
- 8) Goldberg, U. C., J. of Fluids Engineering, 118 (1996), pp. 795-799.
- 9) Addy, A. L., AIAA J., 19-1 (1981), pp. 121-122.
- 10) 松永成徳ほか3名, 流れ学-基礎と応用-, 朝倉書店, (1991), pp. 104-105.
- 11) F. M. White, Fluid Mechanics, McGRAW-HILL, INC., (1994), pp. 525.

(2009年10月9日 受理)