

見込み点の最適な算出方法を探る第2報

竹若 喜恵

Research on the most suitable calculation method of an expected score, the second report

Yoshie TAKEWAKA

Abstract

When the student who absented oneself from a test can't take a supplementary examination, there is a way to trust and estimate results by an expected score. On the basis of the last report, I calculated the score by several ways using further data of tests of the past and examined whether the result was based on the reality.

Key words: an expected score, a deviation, a regression line

1. 緒言

定期試験や実力テストを欠席した学生が諸事情により追試験を受けられない場合、見込み点で成績を評価する方法がある。昨年、どのように見込み点を算出するのがより実態に合った結果が出るのか、過去の1、2年生の実力テストのデータを用いていくつかの算出方法のシミュレーションを行い、比較検討した〔1〕。

平成28年度からは、名称を「課題テスト」に変えて実施しているが、そのさい、成績評価や出題の方法がこれまでの実力テストのものと変わった部分があるので、今回は、平成17年度から平成27年度までの3年の実力テストのデータを用いて、〔1〕と同様のシミュレーションを行った。

2. シミュレーション用データと見込み点の計算

平成17年度から平成27年度の本科3年生の数学実力テストの得点データから、春季、秋季どちらも受験したもののみを取り出し、2回の合計得点で昇順に並べて番号を付ける。無作為に4名の学生を抽出し、うち2名は春季実力テストを、残り2名は秋季実力テストを欠席したとして仮想データを作る。この方法は〔1〕と同じである。元のデータと仮想データの基本的な情報（受験者数、春季秋季それぞれの平均点と標準偏差、春季と秋季の得点の相関係数）を表1に示す。

見込み点の算出においても〔1〕と同様に次の4通りの方法で行った〔2〕。以下、春季実力テストの得点を x 、秋季実力テストの得点を y とし、それぞれの見込み点を x_e, y_e とする。それぞれの見込み点の計算式を次に示す。計算式の解説は〔1〕を参照されたい。

(見込み点1) 得点と平均との比から算出

$$\begin{aligned} \text{春季見込み点1} \quad x_e &= (y/\bar{y}) \times \bar{x} \\ \text{秋季見込み点1} \quad y_e &= (x/\bar{x}) \times \bar{y} \end{aligned}$$

但し、 \bar{x}, \bar{y} はそれぞれ x, y の平均

(見込み点2) 偏差値を用いて算出

$$\begin{aligned} \text{春季見込み点2} \quad x_e &= \bar{x} + s_x (h_y - 50)/10 \\ \text{秋季見込み点2} \quad y_e &= \bar{y} + s_y (h_x - 50)/10 \end{aligned}$$

但し、 h_x, h_y はそれぞれ x, y の偏差値

(見込み点3) 偏差値を用いて合計点を予想して算出

$$\begin{aligned} \text{春季見込み点3} \quad x_e &= \overline{x+y} + s_{x+y} (h_y - 50)/10 - y \\ \text{秋季見込み点3} \quad y_e &= \overline{x+y} + s_{x+y} (h_x - 50)/10 - x \end{aligned}$$

但し、 $\overline{x+y}$ は2回の合計得点の平均

s_{x+y} は2回の合計得点の標準偏差

(見込み点4) 回帰直線を用いて算出

$$\begin{aligned} \text{春季見込み点4} \quad x_e &= a'y + b' \\ \text{秋季見込み点4} \quad y_e &= ax + b \end{aligned}$$

但し a, b は y の x への回帰係数 $a = s_{xy}/s_x^2$ $b = \bar{y} - a\bar{x}$
 a', b' は x の y への回帰係数 $a' = s_{xy}/s_y^2$ $b' = \bar{x} - a'\bar{y}$
 ここで $s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}$ は (x, y) の共分散

これらの方法で見込み点を計算した結果、それぞれの見込み点と実際の得点との差、および実際の得点との差の二乗平均の平方根は表2のようになった。

比較のために〔1〕で考察した1、2年生の実力テストのデータを用いたシミュレーションの結果を表3、4、5として再掲する。

3. 結果と考察

まず、今回計算した3年生のデータのみから分かることは次の二点である。

(1) 春季、秋季どちらかの得点が極端に高い(あるいは低い)場合は、今回の算出方法で計算した見込み点は実際の得点からかけ離れた値になっている。

(2) 実際の得点との差の二乗平均は見込み点の計算法による差違がほとんど見られない。

(1)は、〔1〕と同様の結果であり、2回の実力テストのデータだけから見込み点を算出することの限界を示しているといえる。とくに平成24年度春季の学生Bは、4つの見込み点すべ

てが50点ほど実際の得点よりも下回っている。但し、たまたま選ばれたこの学生Bの得点が大勢とかけ離れた分布をしていたから起こっただけであれば、レアケースとして見込み点の評価をする際には外した方が適切かもしれない。しかし、表1および表2のデータだけではレアケースであると断定することはできない。

(2)は、3年生に特有の結果である。回帰直線を用いた見込み点4の、実際の得点との差の二乗平均の平方根が最小であるが、最大のものとの差が2点未満しかない。表4および表5では、見込み点3または見込み点4が他の見込み点よりも実際の得点に比較的近い場合が多いという結果が出ている。3年生の相関係数の方がより1に近いことから、見込み点4が最良であるという結果がでるのではないかと予想していたが、それに反して、どの見込み点でも大差ないという結果であった。

1、2年生と3年生で見込み点の評価に(2)のような差が出た原因を探るため、表1と表3の平均点、標準偏差、春季と秋季の相関係数を比較してみると、次のことが分かる。

- (1) 3年生の平均点はどの年度も押しなべて低い。
- (2) 1、2年生に比べて、標準偏差が20を超えた年度が多い。
- (3) 3年生は春季と秋季の得点の相関係数が1、2年生に比べて大きい、つまり春季と秋季の得点に強い正の相関がある。

平均点が低いことは、単純に3年生になってより高度な内容を学んだため、テスト問題が1、2年生の時より難しくなったと解釈することもできるが、3年生の実力テストに対する取り組みが1、2年生の時よりもよくないことを表していると考えられる。標準偏差が大きくなっていることは、学生間の数学の学力差が1、2年生の時よりも大きくなっていることを示しており、春季と秋季の得点に強い相関があることは、3年生になると数学の得意不得意が固定化されることを示しているといえる。

見込み点への影響に対しては、相関係数が大きい、具体的には0.8程度かそれ以上であれば、見込み点の算出方法による違いはなくなる、という予想が立てられる。しかし、今回の調査では事例が少ないため検証には至らない。さらなる調査研究が必要である。

5. まとめと今後の課題

今回の調査には、昨年の1、2年生に対する調査の結果に裏付けを与えたいという目的があったが、この点においては全く期待外れの結果となった。調査した4通りの計算方法では、どの見込み点も同じくらい悪い結果となった事例も現れた。

また、相関係数が0.8程度かそれ以上であれば、見込み点の算出方法による違いはなくなる、という予想が得られたが、検証するには至らなかった。この予想を証明するのは面白いテーマではあるが、当初の目的である「よい見込み点の算出方法を探る」ことから離れているため、研究の必要性は低いと思われる。

しかし、本来の目的ではなかったが、3年生になると、学生間の数学の学力差が広がり、得意な学生と不得意な学生が固定化されていることが確認できた。

引き続き、「他の算出方法でよりよい見込み点が得られるか」、という問題が残る。実力テスト(課題テスト)の見込み点だけではなく、定期試験の見込み点についての考察も必要である。

最後に、今回の調査で、見込み点によって実力テスト(課題テスト)欠席者の成績評価をするのが難しいことがより強く裏付けられたので、課題テストの追試験の制度を整備するのが急務である。

参考文献

- [1] 竹若喜恵, 見込み点の最適な算出方法を探る, 北九州工業高等専門学校研究報告, vol.49, pp75-79, 2016
- [2] 高遠節夫(他5名), 新 確率統計, 大日本図書

(2016年11月7日 受理)

元のデータ
 仮想データ(春季秋季とも 2 人ずつ欠席したことにしてある)

3年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	205	36.91	18.09	23.89	15.31	0.74
H18	201	42.21	22.94	49.47	26.39	0.73
H19	219	49.14	21.34	45.43	25.33	0.76
H20	200	45.69	20.57	39.20	24.54	0.78
H21	195	46.80	20.98	36.10	22.44	0.80
H22	216	43.69	23.47	38.56	20.69	0.80
H23	214	25.62	20.78	31.50	23.41	0.85
H24	206	29.82	19.89	37.11	18.88	0.74
H25	206	33.06	18.33	34.34	24.68	0.76
H26	217	25.01	17.75	31.38	17.44	0.74
H27	214	38.03	25.29	29.04	22.12	0.81

3年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	203	37.03	18.14	24.01	15.33	0.77
H18	199	42.40	22.97	49.41	26.34	0.71
H19	217	49.19	21.24	45.58	25.38	0.75
H20	198	45.77	20.54	38.99	24.52	0.79
H21	193	46.78	21.07	35.99	22.46	0.78
H22	214	43.74	23.56	38.51	20.72	0.80
H23	212	25.65	20.82	31.56	23.41	0.84
H24	204	29.63	19.59	37.17	18.90	0.75
H25	204	33.15	18.39	34.36	24.58	0.77
H26	215	24.93	17.77	31.42	17.51	0.75
H27	212	38.09	25.37	29.18	22.16	0.82

表 1

3年

春季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の 平方根の 平均の
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	24	26	20	27	14	73	16	60	40	57	30	45	7	37	13	84	20	28	20	46	18	45	
秋季得点	7	15	45	65	6	71	18	55	36	57	9	39	23	64	13	42	15	28	17	45	6	45	
見込み点1	11	23	39	56	6	77	21	65	47	74	10	44	19	52	10	33	14	27	13	36	8	59	
見込み点2	17	26	39	56	16	70	28	59	47	66	10	44	18	55	5	35	19	28	10	39	12	56	
見込み点3	20	28	39	54	21	67	30	58	50	67	14	44	19	52	8	34	21	29	12	37	14	55	
見込み点4	21	29	40	52	24	65	32	56	47	68	17	44	19	50	11	33	22	29	14	35	16	53	
差																							
見込み点1	-13	-3	19	29	-8	4	5	5	7	17	-20	-1	12	15	-3	-51	-6	-1	-7	-10	-10	14	16.11
見込み点2	-7	0	19	29	2	-3	12	-1	7	9	-20	-1	11	18	-8	-49	-1	0	-10	-7	-6	11	15.31
見込み点3	-4	2	19	27	7	-6	14	-2	10	10	-16	-1	12	15	-5	-50	1	1	-8	-9	-4	10	15.09
見込み点4	-3	3	20	25	10	-8	16	-4	7	11	-13	-1	12	13	-2	-51	2	1	-6	-11	-2	8	15.03

秋季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の 平方根の 平均の
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	6	16	26	85	17	43	42	76	29	64	27	60	3	47	15	47	0	66	23	30	5	23	
春季得点	17	19	29	90	30	90	31	59	28	86	16	48	12	44	20	47	13	49	22	24	19	34	
見込み点1	11	12	34	105	28	83	26	50	22	66	14	42	15	54	25	59	13	51	28	30	15	26	
見込み点2	7	9	34	104	23	94	21	55	16	78	14	42	16	52	28	54	7	56	29	31	13	26	
見込み点3	10	11	36	97	25	88	23	53	21	76	17	42	17	51	29	52	10	54	29	31	14	26	
見込み点4	11	12	38	88	28	82	25	51	20	68	19	41	19	49	30	50	13	51	29	31	16	26	
差																							
見込み点1	5	-4	8	20	11	40	-16	-26	-7	2	-13	-18	12	7	10	12	13	-15	5	0	10	3	14.57
見込み点2	1	-7	8	19	6	51	-21	-21	-13	14	-13	-18	13	5	13	7	7	-10	6	1	8	3	15.84
見込み点3	4	-5	10	12	8	45	-19	-23	-8	12	-10	-18	14	4	14	5	10	-12	6	1	9	3	14.62
見込み点4	5	-4	12	3	11	39	-17	-25	-9	4	-8	-19	16	2	15	3	13	-15	6	1	11	3	14.02

表2

仮想データ(春季秋季とも 2 人ずつ欠席したことにしてある)

元のデータ

1 年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	214	48.30	12.99	46.17	17.12	0.52
H18	206	63.73	12.66	49.44	18.47	0.38
H19	214	40.12	13.32	42.19	17.67	0.55
H20	225	62.02	11.42	49.50	16.23	0.32
H21	212	54.61	13.06	52.37	17.27	0.39
H22	211	64.70	13.97	45.01	17.51	0.49
H23	217	63.06	15.05	47.41	16.42	0.48
H24	219	84.48	5.91	43.22	17.19	0.33
H25	215	58.29	11.68	47.36	15.86	0.36
H26	211	57.04	15.57	50.76	21.00	0.30
H27	205	80.32	11.45	40.31	16.56	0.51

1 年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	214	48.30	12.99	46.36	17.29	0.48
H18	206	63.80	12.64	49.50	18.45	0.37
H19	214	40.16	13.26	41.98	17.74	0.54
H20	225	61.93	13.26	49.51	16.33	0.32
H21	212	54.59	13.05	52.28	17.37	0.40
H22	211	64.74	13.93	44.90	17.50	0.51
H23	217	63.05	14.99	47.31	16.43	0.49
H24	219	84.46	5.90	43.38	17.25	0.22
H25	215	58.33	11.64	47.31	15.92	0.37
H26	211	57.18	15.59	50.80	21.02	0.29
H27	205	80.25	11.42	40.52	16.63	0.47

2 年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	211	42.54	16.76	24.13	17.25	0.70
H18	214	52.56	17.51	43.54	19.32	0.72
H19	200	49.30	18.64	42.27	23.25	0.69
H20	204	49.21	21.79	37.55	23.46	0.67
H21	220	54.73	18.03	58.91	21.88	0.75
H22	220	46.80	18.49	34.43	18.20	0.66
H23	200	64.24	17.15	33.59	18.05	0.67
H24	218	43.81	19.11	32.41	17.95	0.70
H25	229	51.26	21.13	28.52	18.91	0.66
H26	216	35.47	21.96	42.21	23.98	0.79
H27	212	50.40	23.67	34.86	17.15	0.68

2 年	学生数	春季		秋季		相関係数
		平均点	標準偏差	平均点	標準偏差	
H17	211	42.48	16.74	24.20	17.26	0.72
H18	214	52.34	17.61	43.67	19.30	0.72
H19	200	49.34	18.56	42.52	23.29	0.68
H20	204	49.22	21.86	49.22	21.86	0.66
H21	220	54.76	18.00	58.86	21.98	0.73
H22	220	46.79	18.59	34.45	18.12	0.67
H23	200	64.35	17.13	33.56	18.00	0.70
H24	218	43.70	19.11	32.43	18.05	0.70
H25	229	51.14	21.10	28.59	18.85	0.66
H26	216	35.47	22.01	42.27	23.90	0.80
H27	212	50.39	23.58	34.72	17.13	0.69

表3

1年

春季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の 平方根の 平均の
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	35	62	65	77	45	44	42	63	40	65	61	77	56	68	84	79	59	66	65	80	73	74	
秋季得点	19	42	8	77	29	55	57	52	59	52	52	74	42	62	13	40	42	53	39	43	21	33	
見込み点1	20	44	10	99	28	52	71	65	62	54	36	51	56	82	25	78	52	65	44	48	42	66	
見込み点2	28	45	35	83	30	50	67	64	61	54	70	88	58	76	74	83	54	62	48	51	67	75	
見込み点3	35	46	47	75	33	47	65	63	58	54	69	81	59	73	81	84	56	61	52	54	71	77	
見込み点4	38	47	53	71	35	45	64	63	57	55	67	76	61	69	81	84	30	33	54	55	74	78	
差																							
見込み点1	-15	-18	-55	22	-17	8	29	2	22	-11	-25	-26	0	14	-59	-1	-7	-1	-21	-32	-31	-8	24.66
見込み点2	-7	-17	-30	6	-15	6	25	1	21	-11	9	11	2	8	-10	4	-5	-4	-17	-29	-6	1	14.01
見込み点3	0	-16	-18	-2	-12	3	23	0	18	-11	8	4	3	5	-3	5	-3	-5	-13	-26	-2	3	11.18
見込み点4	3	-15	-12	-6	-10	1	22	0	17	-10	6	-1	5	1	-3	5	-29	-33	-11	-25	1	4	13.78

秋季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の 平方根の 平均の
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	42	89	40	70	11	29	25	76	19	68	22	44	23	50	45	76	21	63	33	78	57	68	
春季得点	26	62	77	60	20	54	54	61	31	70	52	49	53	72	89	89	43	73	40	75	85	91	
見込み点1	25	59	60	47	21	57	43	49	30	67	37	35	40	54	46	46	35	59	36	67	43	46	
見込み点2	17	64	69	44	15	61	41	51	21	73	29	25	36	57	56	56	27	67	28	75	47	56	
見込み点3	24	60	63	46	36	47	46	52	30	67	33	30	39	55	54	54	33	61	36	67	46	52	
見込み点4	31	55	57	47	27	52	46	49	40	60	37	35	42	52	48	48	67	81	44	53	44	48	
差																							
見込み点1	-17	-30	20	-23	10	28	18	-27	11	-1	15	-9	17	4	1	-30	14	-4	3	-11	-14	-22	17.47
見込み点2	-25	-25	29	-26	4	32	16	-25	2	5	7	-19	13	7	11	-20	6	4	-5	-3	-10	-12	16.78
見込み点3	-18	-29	23	-24	25	18	21	-24	11	-1	11	-14	16	5	9	-22	12	-2	3	-11	-11	-16	16.75
見込み点4	-11	-34	17	-23	16	23	21	-27	21	-8	15	-9	19	2	3	-28	46	18	11	-25	-13	-20	21.08

表4

2 年

春季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の 平方根の 平均の
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	23	50	18	39	51	56	21	78	44	72	18	73	63	86	18	45	26	50	9	62	39	59	
秋季得点	15	49	8	48	41	47	2	46	53	53	8	51	30	68	18	16	13	22	18	89	13	63	
見込み点1	26	86	10	58	48	55	3	58	57	57	11	69	57	130	24	22	23	40	15	75	19	91	
見込み点2	34	67	20	57	48	53	16	55	50	50	20	64	61	97	28	26	34	44	13	78	20	89	
見込み点3	35	63	25	56	90	99	22	54	51	51	25	61	61	91	31	29	37	45	16	73	24	84	
見込み点4	36	59	29	55	49	52	27	53	51	51	29	58	62	86	33	32	40	46	18	69	30	77	
差																							
見込み点1	3	36	-8	19	-3	-1	-18	-20	13	-15	-7	-4	-6	44	6	-23	-3	-10	6	13	-20	32	18.09
見込み点2	11	17	2	18	-3	-3	-5	-23	6	-22	2	-9	-2	11	10	-19	8	-6	4	16	-19	30	13.71
見込み点3	12	13	7	17	39	43	1	-24	7	-21	7	-12	-2	5	13	-16	11	-5	7	11	-15	25	17.71
見込み点4	13	9	11	16	-2	-4	6	-25	7	-21	11	-15	-1	0	15	-13	14	-4	9	7	-9	18	12.22

秋季	H17		H18		H19		H20		H21		H22		H23		H24		H25		H26		H27		差の 平方根の 平均の
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
実際の得点	15	48	47	67	55	79	28	34	23	85	40	34	19	42	8	61	29	43	38	60	19	21	
春季得点	33	74	77	60	18	74	46	63	38	67	56	64	45	75	75	80	54	82	26	44	60	63	
見込み点1	19	42	53	60	15	63	35	48	41	72	41	47	24	39	55	59	30	46	31	52	41	44	
見込み点2	14	57	56	66	3	73	34	52	39	74	43	51	13	45	62	66	31	56	32	52	42	44	
見込み点3	16	52	54	63	9	69	35	50	41	72	42	48	16	43	57	61	30	51	33	50	40	42	
見込み点4	17	47	53	60	15	64	35	47	44	70	40	46	20	41	53	56	30	47	34	50	40	41	
差																							
見込み点1	4	-6	6	-7	-40	-16	7	14	18	-13	1	13	5	-3	47	-2	1	3	-7	-8	22	23	16.90
見込み点2	-1	9	9	-1	-52	-6	6	18	16	-11	3	17	-6	3	54	5	2	13	-6	-8	23	23	19.37
見込み点3	1	4	7	-4	-46	-10	7	16	18	-13	2	14	-3	1	49	0	1	8	-5	-10	21	21	17.55
見込み点4	2	-1	6	-7	-40	-15	7	13	21	-15	0	12	1	-1	45	-5	1	4	-4	-10	21	20	16.47

表5