

面内および面外せん断荷重が作用する2楕円孔を有する異方性弾性体の解析 および応力拡大係数の計算

種 健・佐々木 徹*・池上 大成**・内田 武

Analysis for Anisotropic Elastic Body with Two Elliptical Holes Subjected to In-Plane and Out-of-Plane Shear Loadings, and Computation of Stress Intensity Factors

Takeshi TANE, Toru SASAKI, Taisei IKEGAMI and Takeshi UCHIDA

Abstract

The value of fracture toughness has been used as one of a design guideline to evaluate the brittle failure of a material. For this reason, analytical solutions of fracture toughness was obtained by many researchers for several arbitrary loadings, in a way that is based on two-dimensional elastic theory for the isotropic body. On the other hand, anisotropic material such as CFRP is used as a structural material in the aerospace industry, and used amount of it is continued to increase. However, few evaluation for fracture toughness of an anisotropic elastic body is reported, except for the inquest if delamination of CFRP. Therefore, analytical solution for the anisotropic media with two elliptical holes is shown in this paper. As a special case, by approaching minor axis to zero, its hole can be treated as a crack with a two times length of its major axis. Thus stress intensity factors for both crack tips can be evaluated analytically. Several numerical examples related stress and displacement distribution, stress intensity factors are shown by some diagrams, contour diagrams or tables, and some of these examples are compared with existing result.

Keywords : Anisotropy, Elasticity, Two Elliptical Hole, Crack, Stress Intensity Factor, Two-dimensional Elastic Theory

1. 緒言

機械や構造物を設計する際には、材料の破壊、あるいは破壊せずとも過大な変形等により使用不能となる破損を防ぐことが求められる。このうち、材料の脆性破壊は亀裂や介在物を起点に新たな欠陥の発生や成長、これらの合体などを伴って起こるものであり、この破壊を論じるために登場したのが線形破壊力学である。

応力拡大係数は、この線形破壊力学で導入された指標の一つであり、応力および亀裂の寸法より決定することができる。そして、外力や形状・寸法の異なる複数の部材が脆性破壊を起こしたとき、応力が部材ごとに異なる値を示すのに対し、応力拡大係数はほぼ一定の値を取ることが分かっている。破壊時の応力拡大係数は破壊靱性と呼ばれている。

このように、破壊靱性は切欠き材の脆性破壊のしやすさを評価する指標の一つに位置づけられている。そこで、主に等方性弾性材料について、引張、せん断、曲げ、ねじり等の外力が作用する切欠き材の応力拡大係数が求められた⁽¹⁾。

異方性弾性材料の応力拡大係数は、Sihらが無限遠一様荷重を受ける一亀裂板を対象に検討した⁽²⁾。しかし、検討対象は直交異方性材料に限定され、面内問題と面外せん断問題が相互に影響する一般的異方性材料の検討はなされていない。また、等方性では既に導かれている複数亀裂の相互影響を考慮した応力拡大係数は導出されていない。

そこで本研究では、2楕円孔を有する異方性弾性材料の遠方から、面内あるいは面外せん断の一様荷重が作用する場合の解を導き、数値計算例を示して既往の報告⁽³⁾と比較する。

また、楕円孔の短軸を0とした亀裂について、その先端の応力拡大係数を求める式を導くとともに、2亀裂の相互影響、一般的な材料異方性による連成効果等を数値的に検討する。

2. 基礎方程式

2.1 問題設定

図1のように、中心 (x_j, y_j) 、長短軸 a_j, b_j なる2楕円孔 L_j ($j = 1, 2$)が存在する材料を考える。長短軸の方向に設定した $x - y$ 座標系において、 x_j, y_j, a_j, b_j に比べ十分遠方より一様に作用する面内荷重 $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ 、面外せん断荷重 τ_{xz}^0, τ_{yz}^0 を考慮する。

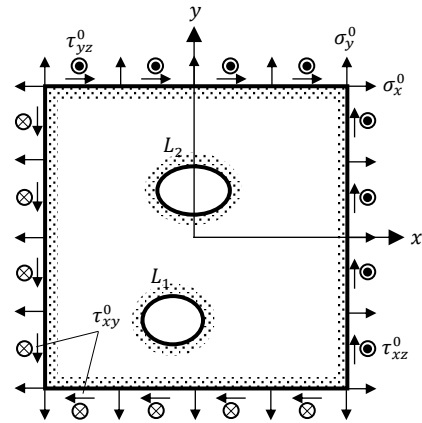


図1 2楕円孔を有する無限板

材料には、面内（面外せん断）負荷によって面外せん断（面内）変形が誘起されるような、一般的な異方性弾性挙動を考慮する。平面応力あるいは平面ひずみの取り扱いをした構成方程式は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{14} & a_{24} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{15} & a_{25} & a_{45} & a_{55} & a_{56} \\ a_{16} & a_{26} & a_{46} & a_{56} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

ここに、 a_{ij} は弾性コンプライアンスである。

* 長岡工業高等専門学校機械工学科

** 九州大学工学部機械航空工学科学生

2.2 合力, 応力および変位を求める公式

二次元弾性理論では, 対象とする問題に対して複素応力関数を求めることになる. これを $\phi_k(z_k)$ と書くと, 合力, 応力および変位は次式で求めることができる.

$$\left. \begin{aligned} \pm P_x &= -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \phi_k(z_k), \\ \pm P_y &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \phi_k(z_k), \\ \pm P_z &= -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \phi_k(z_k), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k^2 \phi_k'(z_k), \\ \sigma_y &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \phi_k'(z_k), \\ \tau_{yz} &= -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \phi_k'(z_k), \\ \tau_{xz} &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \lambda_k \phi_k'(z_k), \\ \tau_{xy} &= -2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \phi_k'(z_k), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k p_k \phi_k(z_k), \\ v &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \phi_k(z_k), \\ w &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \phi_k(z_k). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに, $z_k = x + \mu_k y$ ($z = x + iy$ (図1)) に対するアフィン変換を表す. μ_k は以下に示す6次方程式の解である.

$$l_4(\mu)l_2(\mu) - l_3^2(\mu) = 0. \quad (5)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} l_2(\mu) &= a_{55}\mu^2 - 2a_{45}\mu + a_{44}, \\ l_3(\mu) &= a_{15}\mu^3 - (a_{14} + a_{56})\mu^2 \\ &\quad + (a_{25} + a_{46})\mu - a_{24}, \\ l_4(\mu) &= a_{11}\mu^4 - 2a_{16}\mu^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu^2 \\ &\quad - 2a_{26}\mu + a_{22}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

λ_k, p_k, q_k, r_k は, 以下の式によって決定できる.

$$\lambda_k = -\frac{l_4(\mu_k)}{l_3(\mu_k)} = -\frac{l_3(\mu_k)}{l_2(\mu_k)}. \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_k p_k &= a_{11}\mu_k^2 + a_{12} - a_{16}\mu_k + \lambda_k(a_{15}\mu_k - a_{14}), \\ \mu_k q_k &= a_{12}\mu_k^2 + a_{22} - a_{26}\mu_k + \lambda_k(a_{25}\mu_k - a_{24}), \\ \mu_k r_k &= a_{14}\mu_k^2 + a_{24} - a_{46}\mu_k + \lambda_k(a_{45}\mu_k - a_{44}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3. 解の導出

3.1 1楕円孔を有する無限板の複素応力関数

図1の2楕円孔のうちのいずれか1つを有する無限板の複素応力関数 $\phi_k^*(z_k)$ が必要となる. L_2 を有する無限板(図2)の場合, これを次式のように表すことができる.

$$\phi_k^*(z_k) = \Delta_k^* z_k + \sum_{n=0}^1 \Gamma_{kn,2}^* \zeta_{k,2}^{-n}. \quad (9)$$

ここに, $\zeta_{k,2}$ は L_2 が原点中心の単位円に変換される写像関数である. L_1 を単位円に変換する場合も同様に記述できる.

$$z_k - z_{k,j} = R_{k,j} \left(\zeta_{k,j} + \frac{m_{k,j}}{\zeta_{k,j}} \right) \quad (j = 1, 2). \quad (10)$$

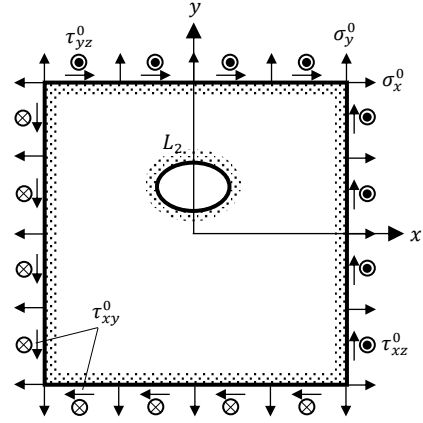


図2 1楕円孔を有する無限板

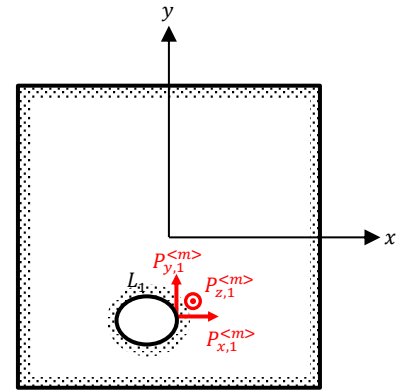
ここに,

$$\left. \begin{aligned} R_{k,j} &= \frac{a_j - i\mu_k b_j}{2}, \quad m_{k,j} = \frac{a_j + i\mu_k b_j}{a_j - i\mu_k b_j}, \\ z_{k,j} &= x_j + \mu_k y_j. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

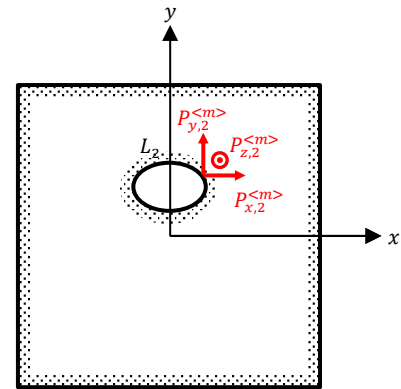
また, Δ_k^* および $\Gamma_{kn,2}^*$ は作用荷重より決定される.

3.2 2楕円孔を有する無限板の複素応力関数

図1の L_1 が無荷荷の状態であるのに対し, 図2の L_1 位置には合力が作用しているため, 図3(a), 図3(b)の間で繰り返し計算を行うことで, これを0に収束させる. 手順を以下に示す.



(a) 楕円孔 L_1 .



(b) 楕円孔 L_2 .

図3 楕円孔が単独で存在する無限板

- ① 式(9)を式(2)に代入, 図2の L_1 位置の合力を計算する.
- ② 正負を変えた合力を $P_{x,1}^{<m>}, P_{y,1}^{<m>}, P_{z,1}^{<m>}$ とし, 図3(a)の L_1 に作用させて打ち消し, L_2 位置の合力を計算する.
- ③ 正負を変えた合力を $P_{x,2}^{<m>}, P_{y,2}^{<m>}, P_{z,2}^{<m>}$ とし, 図3(b)の L_2 に作用させて打ち消し, L_1 位置の合力を計算する.
- ④ ②と③を繰り返して, 仮想位置の合力を0に収束させる. (繰り返し数 m)

以上によって, 図3の L_j に外力が作用する複素応力関数 $\phi_{k,j}(z_k)$ は次式のように表される.

$$\phi_{k,j}(z_k) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_{kn,j} \zeta_{k,j}^{-n} \quad (12)$$

$$\Gamma_{kn,j} = \sum_{m=1}^{M_C} \Gamma_{kn,j}^{<m>} \quad (13)$$

ここに, $\Gamma_{kn,j}^{<m>}$ は手順②および③の合力 $P_{x,j}^{<m>}, P_{y,j}^{<m>}, P_{z,j}^{<m>}$ から決定される. M_C は手順②, ③の繰り返し回数である.

そして, 図1の複素応力関数を $\phi_k(z_k)$ とすると, これは図2, 図3(a)および図3(b)の複素応力関数を重ね合わせて得ることができる.

$$\phi_k(z_k) = \phi_k^*(z_k) + \sum_{j=1}^2 \phi_{k,j}(z_k) \quad (14)$$

3.3 応力拡大係数

楕円孔の特別な場合として, 短軸 $b_j = 0$ とすると, 長さ $2c_j = 2a_j$ の亀裂材の検討が可能である (図4, 図5).

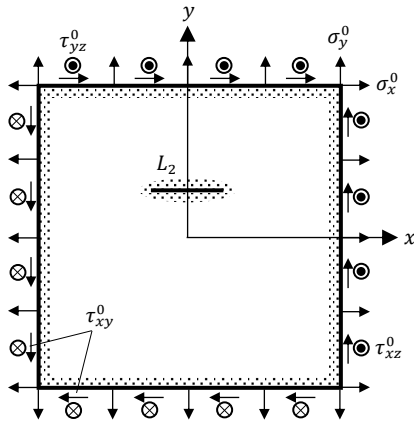


図4 1亀裂を有する無限板

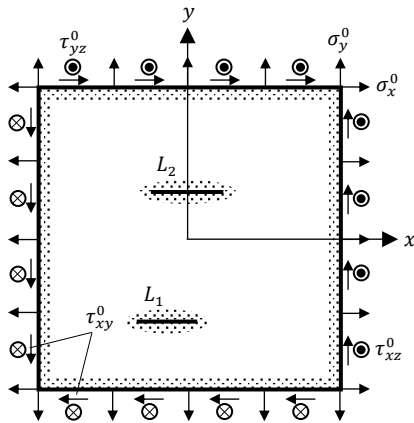


図5 2亀裂を有する無限板

いま, 亀裂 L_j の右側先端を原点とする極座標系 (r_j, θ_j) を導入すると, この点の破壊モードI, II, IIIの応力拡大係数は次式で定義される.

$$\left. \begin{aligned} K_{I,j} &= \lim_{r_j \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r_j} (\sigma_y)_{\theta_j=0}, \\ K_{II,j} &= \lim_{r_j \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r_j} (\tau_{xy})_{\theta_j=0}, \\ K_{III,j} &= \lim_{r_j \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r_j} (\tau_{yz})_{\theta_j=0}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(10)を考慮すると, 式(9)を $\phi_k^*(\zeta_{k,2})$, 式(12)を $\phi_{k,j}(\zeta_{k,j})$ のように書くことができる. そして, 引数 $\zeta_{k,j}$ による1回微分を上付文字Iで表すことにする.

そして, L_j の右側先端は常に $\zeta_{k,j} = +1$ に写像されるから, 右側先端の応力拡大係数を次式によって決定できる.

1亀裂を有する場合

図4, L_2 の亀裂長さを c , 各破壊モードの応力拡大係数を K_I, K_{II}, K_{III} と表記すれば, 次式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \sigma_y^0 \sqrt{\pi c}, \\ K_{II} &= \tau_{xy}^0 \sqrt{\pi c}, \\ K_{III} &= \tau_{yz}^0 \sqrt{\pi c}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

これらは, 等方性弾性材料および直交異方性弾性材料の結果に一致する^{(1),(2)}.

2亀裂を有する場合 (図5)

$$\left. \begin{aligned} K_{I,1} &= 2 \sqrt{\frac{\pi}{c_1}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \phi_{k,1}^I(+1), \\ K_{II,1} &= -2 \sqrt{\frac{\pi}{c_1}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \phi_{k,1}^I(+1), \\ K_{III,1} &= -2 \sqrt{\frac{\pi}{c_1}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \phi_{k,1}^I(+1), \\ K_{I,2} &= 2 \sqrt{\frac{\pi}{c_2}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \{\phi_k^I(+1) + \phi_{k,2}^I(+1)\}, \\ K_{II,2} &= -2 \sqrt{\frac{\pi}{c_2}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \{\phi_k^I(+1) + \phi_{k,2}^I(+1)\}, \\ K_{III,2} &= -2 \sqrt{\frac{\pi}{c_2}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \{\phi_k^I(+1) + \phi_{k,2}^I(+1)\}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{I,2} &= 2 \sqrt{\frac{\pi}{c_2}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \{\phi_k^I(+1) + \phi_{k,2}^I(+1)\}, \\ K_{II,2} &= -2 \sqrt{\frac{\pi}{c_2}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \{\phi_k^I(+1) + \phi_{k,2}^I(+1)\}, \\ K_{III,2} &= -2 \sqrt{\frac{\pi}{c_2}} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \{\phi_k^I(+1) + \phi_{k,2}^I(+1)\}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

4. 数値計算例

直交異方性材料を対象とする. 弾性主軸を $j = 1, 2, 3$ として縦弾性係数 E_j , 2弾性主軸 l および m で構成される $l-m$ 平面のポアソン比 ν_{lm} を次の値に設定した.

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_2}{E_1} &= 0.200, & \frac{E_3}{E_1} &= 1.000, \\ \nu_{12} &= \nu_{13} = \nu_{32} &= 0.25, \end{aligned} \right\}$$

また, 計算例によっては, 図1の座標系と弾性主軸の関係について,

$$E_x = E_1, \quad E_y = E_2, \quad E_z = E_3,$$

を基準として, 弾性主軸を x 軸まわりに角度 α 回転させた検

討を行う ($0 < \alpha < 90^\circ$ において、一般的な異方性弾性挙動として、面内成分と面外せん断成分の連成を伴う)。

また、 $l-m$ 平面の横弾性係数 G_{lm} を次式で決定する。

$$\frac{1}{G_{lm}} = \frac{1}{E_l} + \frac{1}{E_m} + \frac{2\nu_{lm}}{E_l} \quad (19)$$

3.1 等径2円孔を有する無限板の単軸引張

図6のように、 $x-y$ 座標系の原点に関して、間隔 λ 、 x 軸からの角度 ζ で点対称に配置された半径 R の2円孔無限板に対し、 x 軸方向の単軸引張荷重 σ_x^0 が作用する場合を考える。

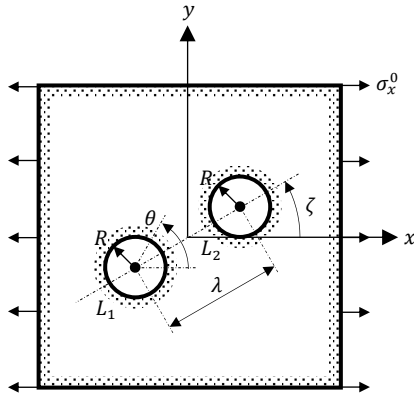


図6 等径2円孔無限板の単軸引張

図7に、 $\alpha = 45.0^\circ$ 、 $\zeta = 0.0^\circ$ 、 $\lambda/R = 3$ の応力分布を示す。図7(a)が σ_x 、図7(b)が連成効果による τ_{yz} の分布図になっている。同図から、 σ_x は2円孔の上下縁において最大値 $(\sigma_x)_{max}$ 、 τ_{yz} は円孔に隣接していない側の左右いずれかの縁において最大値 $(\tau_{yz})_{max}$ が作用することが分かる。

そこで、 $\zeta = 0.0^\circ$ を固定し、間隔 $\lambda/R = 10, 6, 4, 3$ 、回転角 $\alpha = 0.0, 22.5, 45.0, 67.5, 90.0^\circ$ と変化させ、次式によって σ_x および τ_{yz} の応力集中係数を求めた。

$$K_{\sigma_x} = \frac{(\sigma_x)_{max}}{\sigma_x^0}, \quad K_{\tau_{yz}} = \frac{(\tau_{yz})_{max}}{\sigma_x^0} \quad (20)$$

計算結果を表1に示す。各欄の上段が K_{σ_x} 、下段の括弧内が $10K_{\tau_{yz}}$ の値を示している。この表から、全ての回転角について、 λ/R が大きくなり、2円孔が離れるにつれて、応力集中係数の値が大きくなっていることが分かる。

次に、同一の λ/R について α の影響をしてみる。 α が大きくなると、 x 軸方向の剛性一定に対し、 y 軸方向の剛性が大きくなるため、 K_{σ_x} はこの影響を受けて小さくなっていることが分かる。一方、 $K_{\tau_{yz}}$ が最も大きくなるのは $\alpha = 45.0^\circ$ のときであることが分かった。これは、これまでと同様の傾向を示すものである。

$\alpha = 90.0^\circ$ は、 $x-y$ 平面で等方性弾性挙動を示す場合であって、浜田らの結果に一致している。 $\alpha = 0.0^\circ$ の直交異方性の場合とともに、 $K_{\tau_{yz}}$ は0になり、面内成分と面外せん断成分の連成効果が消失していることが確認できる。

続いて $\alpha = 0.0, 90.0^\circ$ に対し、 $\zeta = 0.0, 45.0, 90.0^\circ$ 、 $\lambda/R = 2.1 \sim 10$ の間で変化させた際の、円孔の周方向応力に対する応力集中係数

$$K_{\sigma_\theta} = \frac{(\sigma_\theta)_{max}}{\sigma_x^0} \quad (21)$$

を計算した結果を図8に示す。

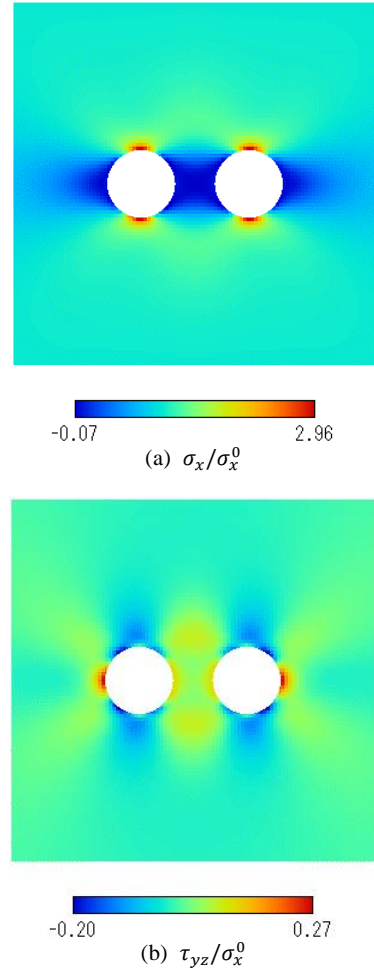


図7 $\alpha = 45^\circ, \zeta = 0^\circ, \lambda/R = 3$ の応力分布図

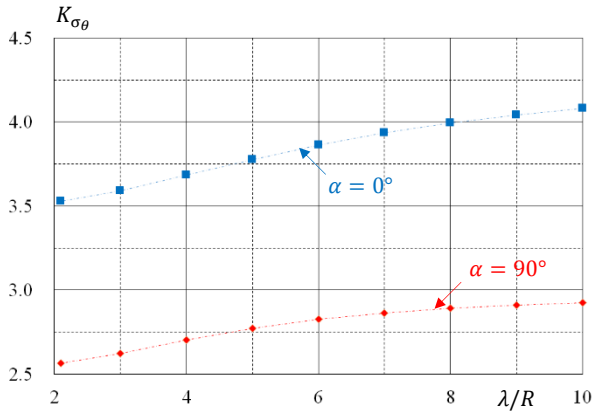
表1 等径2円孔無限板の応力集中係数

λ/R	Inclination Angle α [deg.]				
	0.0	22.5	45.0	67.5	90.0
10	4.08 (0.00)	3.78 (1.76)	3.32 (2.89)	3.02 (2.18)	2.93 (0.00)
6	3.87 (0.00)	3.60 (1.68)	3.18 (2.78)	2.91 (2.11)	2.83 (0.00)
4	3.70 (0.00)	3.44 (1.64)	3.04 (2.69)	2.79 (2.04)	2.71 (0.00)
3	3.59 (0.00)	3.36 (1.64)	2.96 (2.67)	2.72 (2.01)	2.62 (0.00)

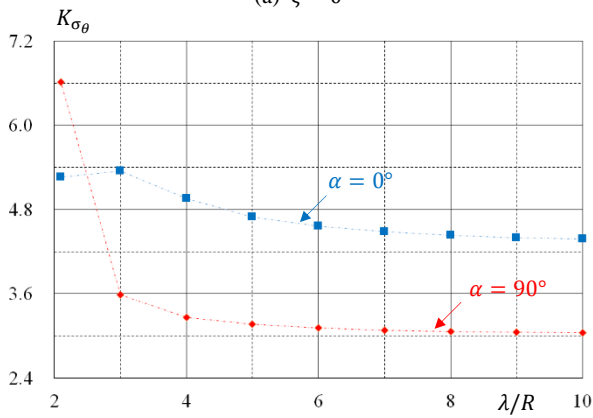
※上段が K_{σ_x} 、下段の括弧内が $10K_{\tau_{yz}}$ の値を示す。

はじめに、図8(a)より、 $\zeta = 0^\circ$ 、つまり、2円孔が引張方向に並列配置されている場合には、表1においても指摘したように、 λ/R が大きくなるにつれて応力集中係数も大きくなっている。また、 $\alpha = 0.0^\circ$ のときが $\alpha = 90.0^\circ$ のときよりも応力集中が高くなっている。

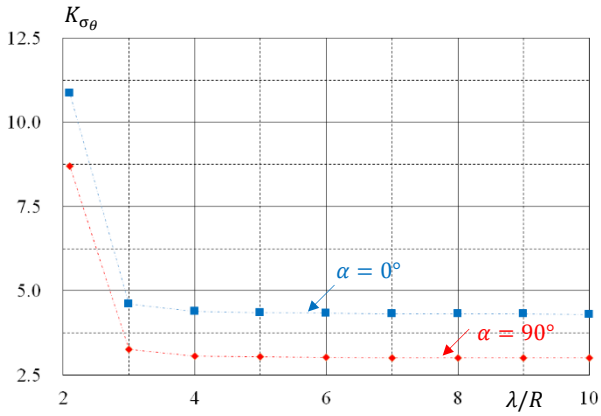
続いて図8(b)より、 $\zeta = 45^\circ$ の場合には、 λ/R が小さくなるにつれて応力集中係数は大きくなっている。また、 $\alpha = 0.0^\circ$ のときが $\alpha = 90.0^\circ$ のときよりも応力集中率が高いのは、図8(a)と同様である。また、 $\alpha = 90.0^\circ$ のときには、2円孔が近接することによる応力集中係数の急激な増加が認められるが、 $\alpha = 0.0^\circ$



(a) $\zeta = 0^\circ$



(b) $\zeta = 45^\circ$



(c) $\zeta = 90^\circ$

図8 $\alpha = 0^\circ$ および 90° の応力集中係数 K_{σ_θ} に及ぼす ζ の影響

のときには減少に転じていることが分かる。

最後に図8(c)より、 $\zeta = 90^\circ$ 、つまり、2円孔が引張直角方向に並列配置されている場合には、 $\zeta = 45^\circ$ と同様に λ/R が小さくなるにつれて応力集中係数は大きくなっているが、 $\lambda/R = 10 \rightarrow 3$ における増加率は小さい。また、 $\alpha = 0.0^\circ, 90.0^\circ$ のいずれにおいても、2円孔の近接によって、応力集中係数の急激な増加が認められる。

3.2 等長2亀裂を有する無限板の応力拡大係数

図9に示すように y 軸を対称軸として x 軸上に2亀裂が並列配置され、これら2亀裂の長さが等しい場合の応力拡大係数を計

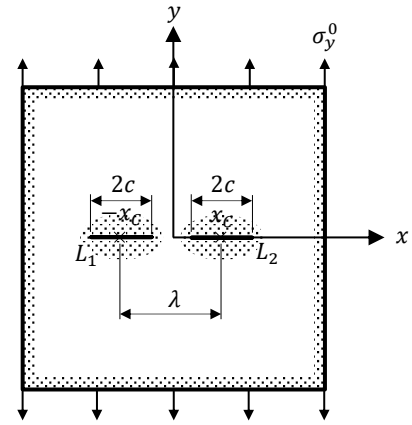


図9 2亀裂を有する無限板

算し、亀裂相互の影響や材料異方性の影響を検討する。

等方性の場合、式(17)および式(18)に相当する亀裂 L_j ($j = 1, 2$)右側先端の破壊モードIの応力拡大係数 $K_{I,j}$ は、次式によって計算できる⁽¹⁾。

$$K_{I,j} = \frac{D_j}{k} \sqrt{\frac{\pi}{2}(\lambda + 2c)\sigma_y^0} \quad (j = 1, 2). \quad (22)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= 1 - \frac{E(k)}{K(k)}, \\ D_2 &= -\sqrt{\frac{\lambda + 2c}{\lambda - 2c} \left\{ 1 - \frac{E(k)}{K(k)} - k^2 \right\}}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$K(k)$ および $E(k)$ は、

$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda - 2c}{\lambda + 2c}\right)^2}. \quad (24)$$

を母数とする第1種、第2種の完全楕円積分である。

$$\left. \begin{aligned} K(k) &= \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{-1/2} d\phi, \\ E(k) &= \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \phi)^{1/2} d\phi. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

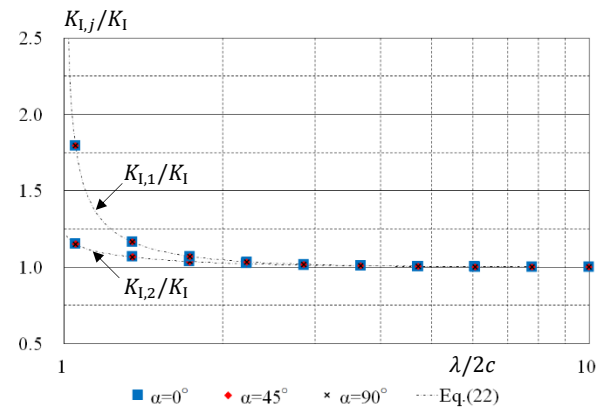


図10 回転角 α が亀裂右側先端の正規化応力拡大係数 $K_{I,j}/K_I$ に及ぼす影響

図10は、回転角 $\alpha = 0.0^\circ, 45.0^\circ, 90.0^\circ$ について、式(17)および式(18)によって応力拡大係数を計算し、一亀裂の応力拡大係数

である式(16)で正規化し、グラフにまとめたものである。

図10において、 $\alpha = 90.0^\circ$ は等方性の場合であり、この厳密解である式(22)の曲線に完全に一致していることを示す。一方、 $\alpha = 0.0^\circ, 45.0^\circ$ は異方性を考慮した応力拡大係数であるが、今回の計算例では1亀裂の場合と同じように、異方性の影響が現れないことが分かった。

5. 結言

本報では、2楕円孔を有する異方性弾性材料の十分遠方から一様な面内および面外せん断荷重が作用する場合の解を導出し、等径2円孔の応力集中係数について、数値計算例を示した。また、楕円孔の特別な場合として、短軸を0とした亀裂の応力拡大係数について解を導き、計算を行った。

得られた知見を以下に示す。

- (1) 等径2円孔の応力集中係数を等方性の場合について求めたところ、浜田らの結果に一致し、本報の解の妥当性が確認された。
- (2) この応力集中係数は、材料異方性の影響を受けて変化する。とくに、直交異方性材料の弾性主軸を角度 α によって

回転させると、面外せん断応力を連成する。

- (3) 一直線上に配置した等長2亀裂の応力拡大係数を計算し、等方性の場合には岡村が取りまとめた結果に一致した。
- (4) 本報の例では、応力拡大係数は材料異方性の影響を受けていないが、今後、計算条件を変えたとともに、亀裂の数を増加させるなどして、この影響がないかを検討する。
- (5) 応力の他、変位の分布についても、容易に計算できるようになっている。

参考文献

- (1) 岡村弘之, 線形破壊力学入門, (1976a), pp.24, 培風館.
- (2) Sih, . C., Paris, P. C. and Irwin, G. R., On crack in rectilinearly anisotropi bodies, International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 1, N. 3 (1965), pp. 189-203.
- (3) 浜田 実, 浜本昌幸, 水内淳一, 増田 方, 単軸引張りを受ける多円孔無限平板の応力集中問題の一数值解法, 日本機械学会論文集, Vol. 37, No.299 (1971), pp. 1305-1308.

(2019年11月 5日 受理)