

# 計測用の円柱状埋設物による異方性弾性体の初期応力の解析理論

種 健・萬 恒平\*・内田 武・佐々木 徹\*\*・浜野 浩幹\*\*\*

Analysis for Initial Stress of Anisotropic Body using Cylindrical Measuring Instrument

Takeshi TANE, Kohei YOROZU, Takeshi UCHIDA, Toru SASAKI and Hiroki HAMANO

## Abstract

This paper discusses analytical solution for an elastic medium due to stress release method using cylindrical measuring instrument. It is supposed that the medium is anisotropic body (of course, which involve orthotropic body as the special case), while inclusion is isotropic. And any three-dimensional loads are treated. It is possible to exactly apply this theory to measurements by 'small-diameter' overcoring. Therefore, this study can be expanded past analytical solutions which assumed 'large-diameter' overcoring. Some example calculations are shown graphically.

**Key words :** Initial Stress, Stress Release Method, Anisotropy, Constraint Release Technique

## 1. 緒 言

核廃棄物の一次保管あるいは交通・運輸体系の拡充に際しては構造物の地下化が必要であり、悪質な地質状態を相手にした設計を行わなければならない。これを達成するには構造物設置場所周辺における応力状態の把握が必要であり、その合理的な計測方法の確立が求められている<sup>1)~4)</sup>。

これまでに考案された初期・変動応力の測定法としては、図1に示すような応力解放法、あるいは水圧破砕法や応力回復法等を挙げることができる。これら既存の計測方法では、各方法によって測定された計測器のひずみデータに構成方程式を適用して初期・変動応力の推定が行われてきた。

しかしながら、応力解放法では計測器の周囲の非常に近い場所をくり抜いて応力を解放させることが多く（これをオーバーコアリングと呼ぶ。以後 O.C.と略す。）、その場合、内部に埋め込まれた計測器の剛性の影響により、正確に初期・変動応力を推定することはできない。そのため、計測器と岩盤を割裂することにより得られる変形係数よりこれらを補正して求める方法も示されているが、理論的な後ろ盾に乏しい。

また、上述の理論において岩盤は一般に等方性弾性体と仮定されているが、実際の岩盤は堆積の影響や亀裂、節理等の発達により異方性を示す。したがって、異方性を考慮した初期・変動応力の推定方法を確立する必要がある。

そこで、本研究ではその第一歩として、応力解放法を異方性弾性体に適用した場合を対象にモデル化し、二次元弾性理論を用いて遠方場応力（初期地圧）が加わっている場合の計測器のひずみ応答を推定する理論解を導くとともに、その数値解析を行った。

## 2. 基礎方程式

### 2.1 解析モデル

応力解放法の手順は図1に示したとおりであり、本研究において対象とする解析モデルを図2に示す。

まず図2(a)は計測器を設置するためのパイロットホールを

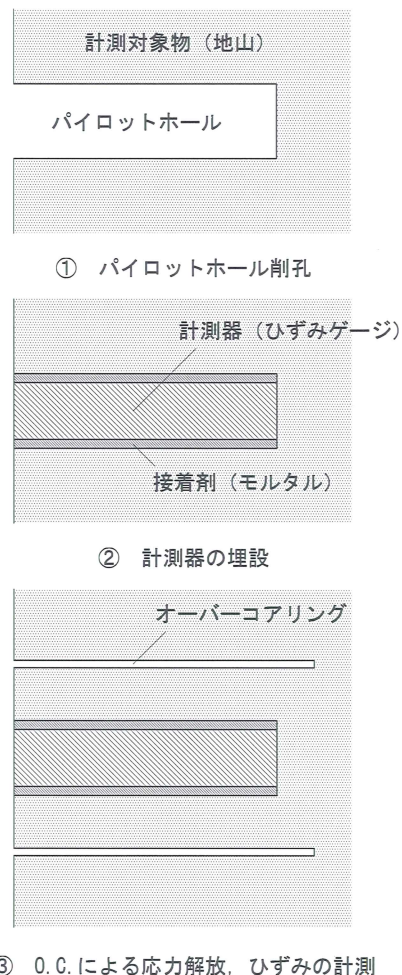


図1 応力解放法による初期・変動応力の計測手順

削孔した状態を示している。このときの岩盤の応力・変位分布は、半径  $R_1$  のパイロットホール（円孔）を有する異方性無限体の解を用いれば知ることができる。

続いて図2(b)は、エポキシ樹脂製のひずみゲージ内蔵型計測器を接着剤によってパイロットホールに埋設した状態を示している。このとき、計測器内部は無応力状態になっており、

\* 北九州工業高等専門学校専攻科学生 生産工学専攻

\*\* 長岡工業高等専門学校機械工学科

\*\*\* 松江工業高等専門学校名誉教授

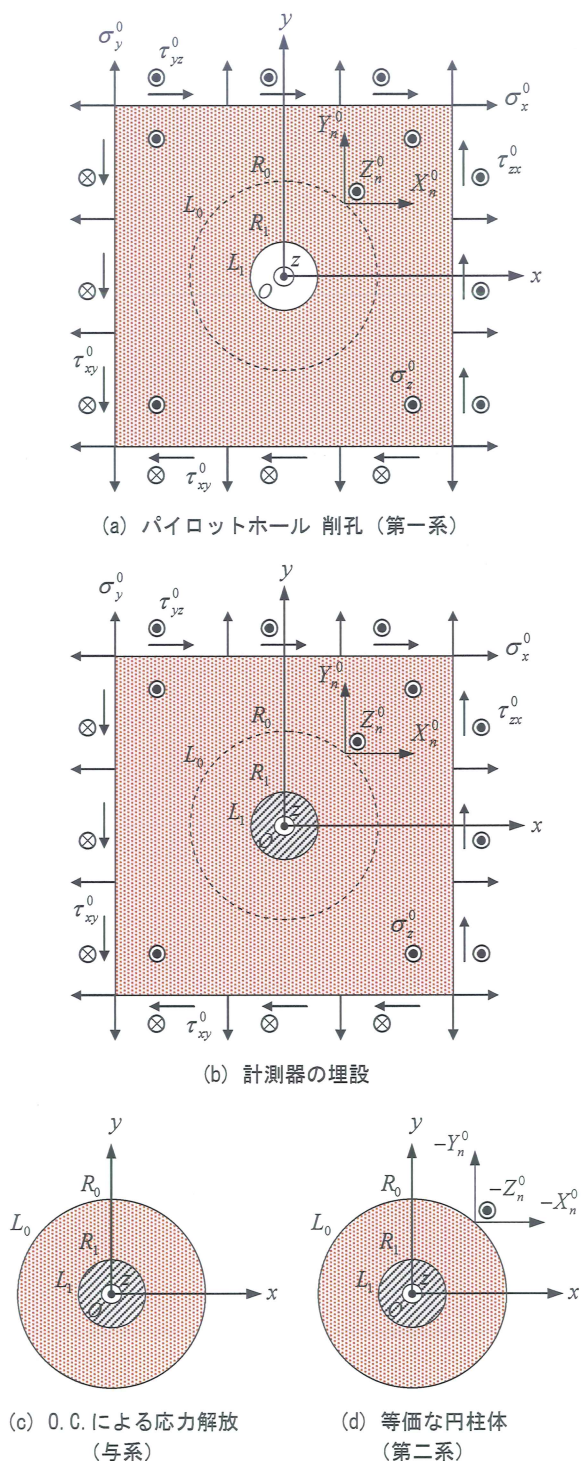


図2 解析モデル

岩盤の応力、変形状態は図2(a)の場合と何ら変化はない。

続いて、図2(c)は半径  $R_0$  で計測器近傍において O.C.を施し、周辺岩盤との力学的関係を遮断した状態を示している。応力解放を行ったことにより、半径  $R_0$  のコア側面 ( $L_0$  境界) には応力が作用していない状態となり、 $L_0$  境界内部のコアが変形することになる。このときの変形量を計測器内のひずみゲージで計測できれば、遠方より作用している応力成分を推

定できる。本研究の最終目標はこの初期応力解析を行うことである。

本報では、初期・変動応力作用下で O.C.を施したときのひずみ応答を求めたいことから、図2(c)を与系として同図の解析解を導く。

なお、この与系の応力・変形状態は、同図(a)と同図(d)の応力、変形状態の重ね合わせにより得られる。これらの図のモデルをそれぞれ第一系、第二系と名付けることにする。

ここに第二系は、第一系の仮想境界  $L_0$  に作用している境界応力 (既知量) を同値逆向きに作用させた状態である。第一系の応力、変形状態はこれまでに求められていることから、本論文の主要な問題は、第二系の応力、変形状態を求めることと言える。以下にその詳細を示す。

## 2.2 基礎方程式<sup>5),6)</sup>

平面ひずみの取り扱いをした場合、異方性弾性体 (岩盤) の構成方程式は以下のように与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{14} & \beta_{15} & \beta_{16} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{24} & \beta_{25} & \beta_{26} \\ \beta_{14} & \beta_{24} & \beta_{44} & \beta_{45} & \beta_{46} \\ \beta_{15} & \beta_{25} & \beta_{45} & \beta_{55} & \beta_{56} \\ \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{46} & \beta_{56} & \beta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \frac{1}{a_{33}} \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{34} \\ a_{35} \\ a_{36} \end{Bmatrix} \sigma_z. \quad (1)$$

ここに、 $\beta_{ij}$  は弾性コンプライアンスである。計測器は等方性弾性体と仮定し、式(1)を変形して用いる。

続いて、二次元弾性理論では異方性・等方性を問わず以下の基礎方程式が成立する。

力の釣合方程式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

幾何式

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (3)$$

ここに、 $u, v, w$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向の変位である。

## 2.3 応力関数とひずみの適合方程式

各々の応力成分と以下の関係にある関数  $F, \psi$  を導入すると、式(2)は自動的に満足される。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \tau_{zx} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}. \quad (4)$$

$F$  をエアリーの応力関数、 $\psi$  をブランドルの応力関数という。

また、式(3)のよりひずみ成分の間に以下の関係が成立する。

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0, \quad \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

式(5)はひずみの適合方程式と呼ばれている。

## 2.4 支配方程式

異方性弾性体の場合、式(5)に式(1)、(4)を代入すると、応力関数  $F, \psi$  は以下の連立偏微分一次方程式を満足する。

$$L_4 F + L_3 \psi = 0, \quad L_3 F + L_2 \psi = 0. \quad (6)$$

上式を  $F, \psi$  について解くと次式のようになり、 $F, \psi$  の解が同じ形式で表されることが分かる。

$$(L_4 L_2 - L_3^2) F = 0, \quad (L_4 L_2 - L_3^2) \psi = 0. \quad (7)$$



ここに,

$$\left. \begin{aligned} L_2 &= \beta_{44} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\beta_{45} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \beta_{55} \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \\ L_3 &= -\beta_{24} \frac{\partial^3}{\partial x^3} + (\beta_{25} + \beta_{46}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} \\ &\quad - (\beta_{14} + \beta_{56}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + \beta_{15} \frac{\partial^3}{\partial y^3}, \\ L_4 &= \beta_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 2\beta_{26} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + (2\beta_{12} + \beta_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &\quad - 2\beta_{16} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + \beta_{11} \frac{\partial^4}{\partial y^4}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

等方性弾性体では, 式(6)の代わりに以下の偏微分方程式が成立する.

$$\nabla^2 \nabla^2 F = 0, \quad \nabla^2 \psi = 0. \quad (9)$$

ここに,  $\nabla^2$  はラプラシアンである.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (10)$$

## 2.5 複素応力関数

異方性弾性体に対し, 式(7)の一般解は次式で表される.

$$F(x, y) = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \phi_k(z_k) dz_k, \quad \psi(x, y) = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \phi_k(z_k). \quad (11)$$

等方性弾性体に対し, 式(9)の一般解は次式で表される.

$$F(x, y) = \operatorname{Re}[\bar{z}\phi(z) + \chi(z)], \quad \psi(x, y) = \operatorname{Im}[\Omega(z)]. \quad (12)$$

式(11)および式(12)に含まれる関数を複素応力関数と呼び, 対象とする二次元弾性問題の境界条件などを考慮して決定する. なお, 複素変数:

$$z = x + iy, \quad z_k = x + \mu_k y. \quad (k=1, 2, 3) \quad (13)$$

である.  $\mu_k$  は式(7)の特性方程式の根である.

## 2.6 合力, 応力, 変位の一般式

2.5 節の結果を用いて, 各弾性体の合力, 応力, 変位はそれぞれ次式によって計算することができる.

異方性弾性体

$$\left. \begin{aligned} \pm P_x &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \phi_k(z_k), \quad \pm P_y = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \phi_k(z_k), \\ \pm P_z &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \phi_k(z_k). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k^2 \phi_k'(z_k), \quad \sigma_y = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \phi_k'(z_k), \\ \tau_{yz} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \lambda_k \phi_k'(z_k), \quad \tau_{zx} = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \lambda_k \phi_k'(z_k), \\ \tau_{xy} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k \phi_k'(z_k). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 \mu_k p_k \phi_k(z_k), \quad v = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \phi_k(z_k), \\ w &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \phi_k(z_k). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

等方性弾性体

$$\left. \begin{aligned} \pm P_x &= \operatorname{Im}[\bar{\phi}(\bar{z}) + \{\bar{z}\phi'(z) + \chi'(z)\}], \\ \pm P_y &= \operatorname{Re}[\bar{\phi}(\bar{z}) + \{\bar{z}\phi'(z) + \chi'(z)\}], \quad \pm P_z = \operatorname{Im}[\Omega(z)]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2 \operatorname{Re}[\phi'(z)] - \operatorname{Re}[\bar{z}\phi''(z) + \chi''(z)], \\ \sigma_y &= 2 \operatorname{Re}[\phi'(z)] + \operatorname{Re}[\bar{z}\phi''(z) + \chi''(z)], \\ \tau_{yz} &= -\operatorname{Im}[\Omega'(z)], \quad \tau_{zx} = \operatorname{Re}[\Omega'(z)], \\ \tau_{xy} &= \operatorname{Im}[\bar{z}\phi''(z) + \chi''(z)]. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

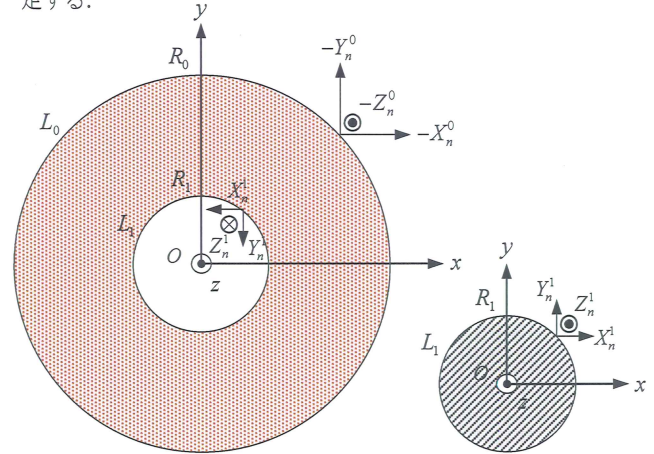
$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2G} \operatorname{Re} \left[ \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{\phi}(\bar{z}) - \{\bar{z}\phi'(z) + \chi'(z)\} \right], \\ v &= -\frac{1}{2G} \operatorname{Im} \left[ \frac{3-\nu}{1+\nu} \bar{\phi}(\bar{z}) - \{\bar{z}\phi'(z) + \chi'(z)\} \right], \\ w &= \frac{1}{G} \operatorname{Re}[\Omega(z)]. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

これらの式に含まれる定数については, 著書を参考のこと<sup>5), 6)</sup>.

## 3. 解析解の導出

### 3.1 解析モデルの分離

本研究では, 図2に示すように  $L_j$  境界が半径  $R_j$  ( $j=0, 1$ ) の同心円群からなるモデルを対象とする. 解析にあたり, 図3のように異方性のリングと等方性の円形介在物に分割して考える. この際,  $L_1$  境界における合力と変位の連続条件を設定する.



(a) 異方性リング (b) 等方性円形介在物

図3 第二系の各層の分離

なお, 図3(a)については内外2境界を同心円領域に写像する関数が存在しない理由により, 複素応力関数の導入が極めて難しい. そこで, 異方性リングの複素応力関数は, 拘束解除法と呼ばれる収束計算法を利用して, 外側境界  $L_0$  を有する異方性円板と内側境界  $L_1$  の円孔を有する異方性無限体の複素応力関数から近似的に求める手法を採用した<sup>7)</sup>.

### 3.2 各層の複素応力関数

拘束解除法により, 異方性円板と円孔を有する異方性無限体との間で  $(M_c - 1)$  回の収束計算を実施した場合, 図3の各領域の複素応力関数は, それぞれ式(20)および式(24)のように与えられる.

## 異方性リング

$$\begin{aligned} \phi_k(z_k) = & \Gamma_{k,0} z_{k,0} + \sum_{n=2}^{\infty} \Gamma_{k(2n-1),0} P_{k(2n-1)}(z_{k,0}) \\ & + \frac{1}{\det A} \sum_{n=1}^{\infty} (A_{1k} \bar{a}_{2n-1,1} + A_{2k} \bar{b}_{2n-1,1} + A_{3k} \bar{c}_{2n-1,1}) \frac{1}{\zeta_{k,1}^{2n-1}} \\ & + \frac{1}{\det A} (A_{1k} \bar{\alpha}_1 + A_{2k} \bar{\beta}_1 + A_{3k} \bar{\gamma}_1) \frac{1}{\zeta_{k,1}}. \quad (k=1,2,3) \end{aligned} \quad (20)$$

ここに,

$$\Gamma_{k(2n-1),0} = \sum_{m=1}^{M_c} \Gamma_{k(2n-1),0}^m \quad (k=1,2,3, n \geq 1) \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_{2n-1,1} &= \sum_{m=1}^{M_c} \bar{a}_{2n-1,1}^m, \quad \bar{b}_{2n-1,1} = \sum_{m=1}^{M_c} \bar{b}_{2n-1,1}^m, \\ \bar{c}_{2n-1,1} &= \sum_{m=1}^{M_c} \bar{c}_{2n-1,1}^m. \end{aligned} \right\} \quad (n \geq 1) \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= \frac{R_1}{2} (\sigma_y^0 - i \tau_{xy}^0), \quad \bar{\beta}_1 = -\frac{R_1}{2} (\tau_{xy}^0 - i \sigma_x^0), \\ \bar{\gamma}_1 &= \frac{R_1}{2} (\tau_{yz}^0 - i \tau_{zx}^0). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

## 等方性円形介在物

$$\left. \begin{aligned} \phi(\zeta) &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n-1} \zeta^{2n-1}, \quad \chi(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{2n} \zeta^{2n}, \\ \Omega(\zeta) &= \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n-1} \zeta^{2n-1}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここに,

$$A_{2n-1} = \sum_{m=1}^{M_c} A_{2n-1,m}, \quad B_{2n} = \sum_{m=1}^{M_c} B_{2n,m}, \quad C_{2n-1} = \sum_{m=1}^{M_c} C_{2n-1,m}. \quad (n \geq 1) \quad (25)$$

式(21)の複素定数  $\Gamma_{k(2n-1),0}^m$  は、楕円板の境界  $L_0$  に作用している荷重より決定される。式(22)の複素定数  $\bar{a}_{2n-1,1}^m, \bar{b}_{2n-1,1}^m, \bar{c}_{2n-1,1}^m$ 、式(25)の複素定数  $A_{2n-1,m}, B_{2n,m}, C_{2n-1,m}$  は、内部に等方性の円形介在物を有する異方性無限体において、境界  $L_1$  の合力ならびに変位の連続条件を考慮して決定される。

以上により、図2(d)の第二系の解が求められたことから、与系の解析が可能となる。

## 4. 数値計算例

本研究では拘束解除法と呼ばれる収束計算手法を採用しているため、計算時には繰り返し収束計算回数  $M_c$  と境界条件誤差との関係をあらかじめ把握し、工学上問題のない程度の誤差となる結果を求める必要が生じる。

そこでまず、岩盤と計測器の縦弾性係数比やポアソン比、(岩盤の)弾性主軸の傾斜角を以下のように設定して、 $L_1$  境界に作用する極座標応力成分の連続性に焦点を当てる。

$$\left. \begin{aligned} \text{岩盤: } e_{12} &= \frac{e_{12}}{E_{11}} = 0.20, \quad e_{13} = \frac{e_{13}}{E_{11}} = 1.00, \\ \nu_{12} &= \nu_{13} = \nu_{32} = 0.25, \quad \alpha = \gamma = 45^\circ, \quad \beta = 0^\circ, \\ \text{計測器: } e_2 &= \frac{e_2}{E_{11}} = 0.20, \quad \nu_2 = 0.35. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

また、オーバーコアリング半径  $R_0$  と計測器半径  $R_1$  から以下の層厚パラメータ  $t$  を定める。

$$t = 1.0 - \frac{R_1}{R_0} = 0.25, 0.50, 0.75, 0.99. \quad (26)$$

$t$  の取りうる範囲は  $0.0 < t < 1.0$  であり、この値が大きいくほど、計測器から離れて O.C. されていることを表している。このとき、収束計算回数  $M_c$  は一般に小さくて済む。

図4は、 $L_1$  境界上の極座標応力成分  $\sigma_r, \tau_{r\theta}, \tau_{rz}$  の連続性と  $M_c$  との関係が示してある。作用荷重は、(a)  $\sigma_y^0$ , (b)  $\tau_{yz}^0$ , (c)  $\sigma_z^0$  とした。

いずれについても、図の縦軸は、岩盤および計測器双方の  $L_1$  境界上の応力成分の差異を作用応力で基準化した最大値が取られている。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \max \left| \frac{\sigma_r^1 - \sigma_r^2}{\sigma_{ij}^0} \right| \times 100(\%), \quad \varepsilon_2 = \max \left| \frac{\tau_{r\theta}^1 - \tau_{r\theta}^2}{\sigma_{ij}^0} \right| \times 100(\%), \\ \varepsilon_3 &= \max \left| \frac{\tau_{rz}^1 - \tau_{rz}^2}{\sigma_{ij}^0} \right| \times 100(\%). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここに、添字 1, 2 は解析領域を表しており、1 が岩盤、2 が計測器に対応する。横軸は、収束計算回数である。

図4から、無限遠方での作用荷重に関係なく、収束計算回数  $M_c$  を増加させるほど、 $L_1$  境界上の応力成分の連続性が満たされている傾向が確認できる。

この傾向は、式(26)の層厚パラメータが大きくなるほど、すなわち、O.C. 半径  $R_0$  が大きくなるほど顕著で、 $M_c$  に対して指数関数的に誤差  $\varepsilon_i$  ( $i=1,2,3$ ) が減少している。

以上から、計測対象とする岩盤に如何なる無限遠一様荷重が作用する場合でも、本論文の O.C. による初期(変動)応力の解析理論は、十分適用できると考えられる。そこで、以降では  $M_c = 15$  とし数値計算例を示す。

まず、図5および図6には無限遠方からの一様荷重として、 $\sigma_y^0$  および  $\tau_{yz}^0$  が作用するときの最大せん断応力の等高線を示した。最大せん断応力は、 $\sigma_y^0$  の作用時には、

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \quad (27)$$

また  $\tau_{yz}^0$  の作用時には、次式によって計算した。

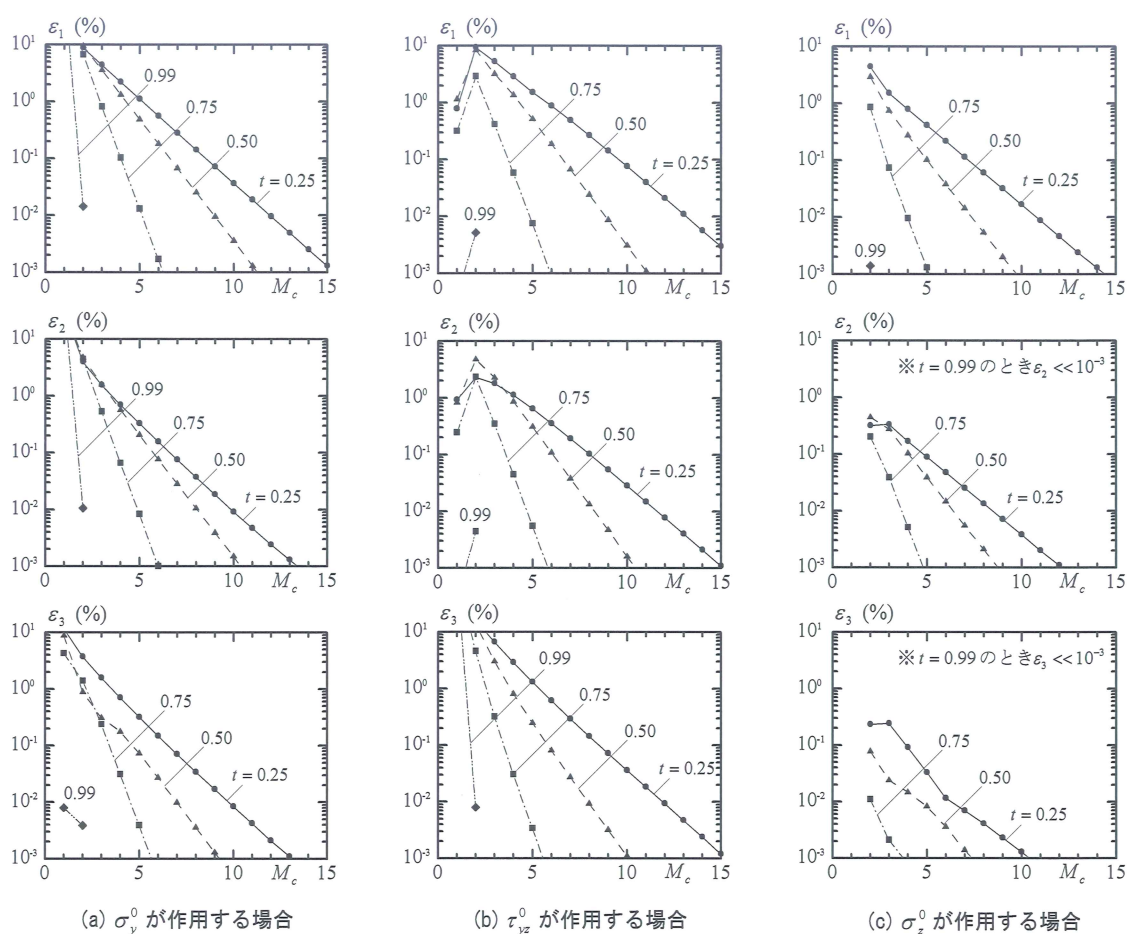
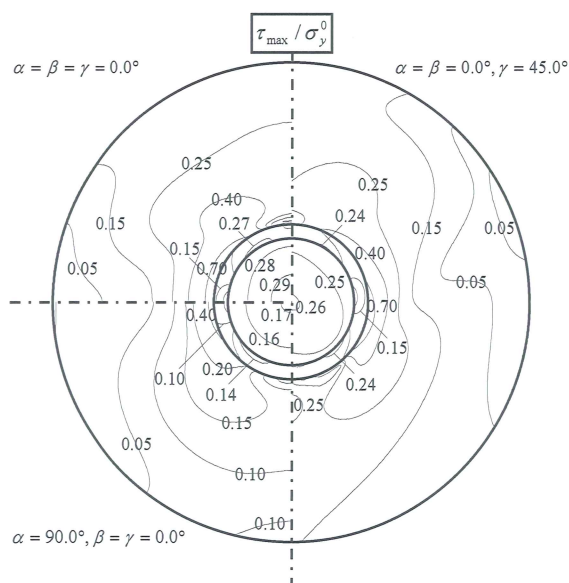
$$\tau_{\max} = \sqrt{\tau_{zx}^2 + \tau_{yz}^2}. \quad (28)$$

本論文では岩盤と計測器を固定する接着剤の領域(岩盤と計測器の間の円輪領域)も考慮可能としており、図5、図6では、接着剤の縦弾性係数を計測器の1/2として、接着剤の剛性の影響も考慮した。

図内には、岩盤の弾性主軸の傾斜角が示してある。今回の結果は、岩盤の弾性主軸の1つが  $z$  軸に一致し、残り2つが  $x$ - $y$  平面内にある異方性を想定している。

図5～図6の左下の等高線は、 $x$ - $y$  平面内で等方性を示す場合に相当し、これらの結果は、岩盤を等方性弾性体としてモデル化したこれまでの結果に一致している。

つづいて、左上の等高線は、式(26)の  $e_{12}$  で示されているように、 $y$  軸方向の縦弾性係数が  $x$  軸方向の1/5である場合について求めたものである。

図4 収束計算回数  $M_c$  と  $L_1$  境界における応力成分の連続性図5  $\sigma_y^0$  が作用するときの  $\tau_{\max}$  の等高線

等方性の場合に比べ、強弾性主軸  $E_{11}$  が水平方向に存在するため、図5および図6についてはこの方向に引き延ばされた分布図となっている。

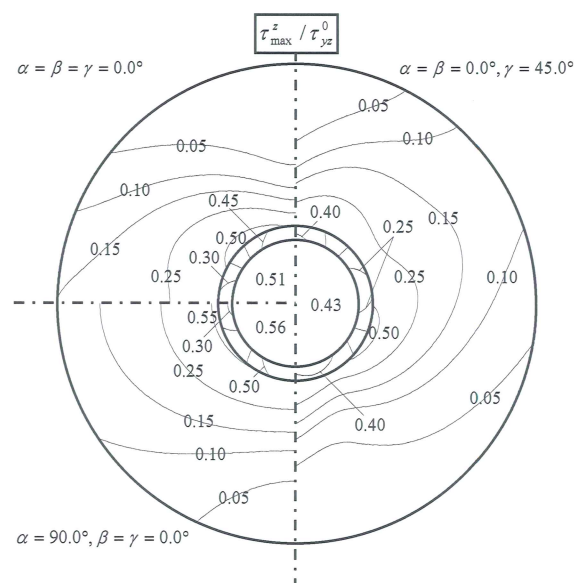
図6  $\tau_{yz}^0$  が作用するときの  $\tau_{\max}^z$  の等高線

図5、図6の右半分の等高線は、左上の状態から  $z$  軸まわりに弾性主軸を  $45^\circ$  回転させた状態のもので、左側の1/4対称ではなく、1/2対称の分布図になっていることを示している。

図の右上から左下に向けて、強弾性主軸  $E_{11}$  が存在するために、応力の分布がこの方向に引き延ばされている。

続いて、図7は図5の右側半分の状態からさらに弾性主軸を  $x$  軸まわりに  $45^\circ$  傾斜させた岩盤について、O.C.半径を変化させたときに計測器で検出される最大せん断応力をプロットしたものである。この計算例では、 $x$ - $y$  平面を  $x$  軸まわりに  $45^\circ$  回転させた平面上に弾性主軸があるため、 $\sigma_y^0$  の作用によって、式(28)の最大せん断応力も誘起される。

この図の縦軸は、計測器の解放応力を既往の解（計測器寸法に比べ十分遠方で O.C.した解）で無次元化したものになっている。横軸が増え、O.C.半径を大きくするにつれて、本論文の解が既往の解に帰着していることを示している。

図8は、岩盤と計測器の縦弾性係数比  $e_2 = E_2 / E_{11}$  を横軸、O.C.による解放ひずみを縦軸に示したものである。このときの作用荷重としては、実測値に基づいて以下の値を採用した。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^0 &= 5.85 \text{ MPa}, \sigma_y^0 = 12.15 \text{ MPa}, \sigma_z^0 = 5.70 \text{ MPa}, \\ \tau_{yz}^0 &= 3.75 \text{ MPa}, \tau_{zx}^0 = 0.75 \text{ MPa}, \tau_{xy}^0 = 3.00 \text{ MPa}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

図8より、応力解放法により初期・変動応力を算定するためには、岩盤よりも柔らかい計測器を用いることが算定精度を高める上で重要であることが分かる。

図9は、計測器の縦弾性係数が岩盤の  $1/10$  の場合について、式(29)の任意荷重下における解放ひずみをプロットしたもので、横軸に O.C.半径が取られている。横軸の左端、つまり計測器と同じ寸法で O.C.をした場合、もともと無応力状態の計測器の周囲を O.C.することになるため、解放ひずみが0になっている。その後、O.C.半径が大きくなるとある一定値に収束する。これは、図7で述べた既往の解に一致している。

## 5. 結 言

本論文では、計測器の小型化と連動した小口径での O.C.を前提に、一般的な異方性を示す岩盤の初期（変動）応力の解析理論を提示した。詳細は別報の論文に譲ったが、拘束解除法と呼ばれる収束計算法を取り入れることで、異方性リング領域の解析を可能とした<sup>7)</sup>。

数値計算では、面内問題、面外せん断問題に分類して数例の検討をしたのち、面外垂直応力の作用問題を加えたより一般的な三次元荷重状態の計算例を示した。この取り扱いが準三次元解析と呼ばれるもので、岩盤が等方性あるいは等方性粘弾性を示す場合については解析解が示されている<sup>8), 9)</sup>。

本論文の結果は、これら従来までの小口径 O.C.の解析解を包含したものとなっている。

引き続いて、計測器の硬さについて検討した。その結果、計測器は岩盤より柔らかい方が応力逆解析時の算定精度が向上することが分かった。一般に岩盤の縦弾性係数は数十 GPa 程度であり、計測器には数 GPa 程度の縦弾性係数を有する材料を利用すればよいと考えられる。

今後の課題としては、O.C.により計測器が検出した解放ひずみの値から、初期地圧（遠方場応力）を推定する逆解析解を導くことが挙げられる。

## 参考文献

- 1) 土木学会編，初期地圧測定法の現状と課題，137pp., 1992.

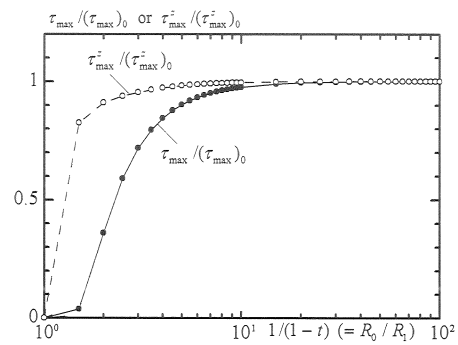


図7  $\sigma_y^0$  作用下における O.C. 半径と解放応力の関係

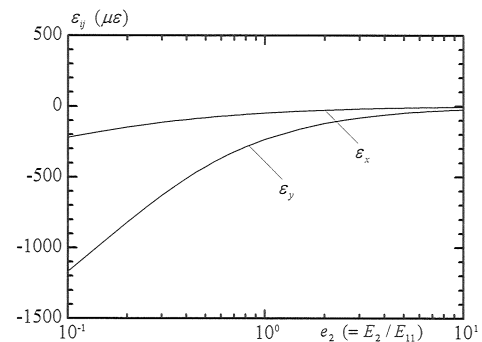


図8 計測器の縦弾性係数比と解放ひずみの関係

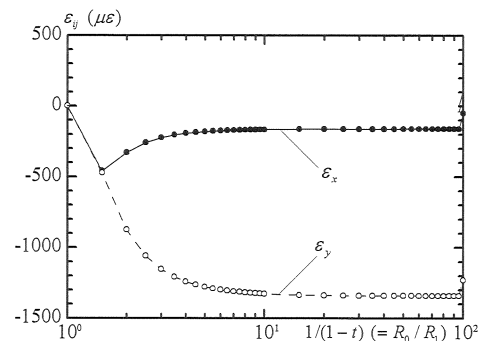


図9 任意荷重下の O.C. 半径と解放ひずみの関係

- 2) 石田毅，金川忠，日比野敏，地下発電所地山応力測定とその考察，電中研報告，382025，1982.
- 3) 御牧陽一，今市地下発電所の設計，電力土木，173，pp.24-38，1981.
- 4) 三宅清士，大規模地下空洞の掘削（1），トンネルと地下，10-7，pp.17-24，1979.
- 5) Lekhnitskii, S. G., Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Holden Day Inc., 404pp., 1963.
- 6) 森口繁一，2次元弾性論，岩波書店，77pp., 1957.
- 7) 堤隆，平島健一，拘束解除法を用いた直交異方性楕円リングの応力，変位の解析，日本機械学会論文集（A 編），63-615，pp.2411-2416，1997.
- 8) 木村清和，平島健一，黒瀬雅詞，菊地慎二，小型埋設ひずみ計を用いた初期応力測定法の開発，トンネルと地下 7 月号，pp.573-581，2003.
- 9) 桂千代，平島健一，鈴木拓雄，応力解放法による粘弾性岩盤の円形介在物を用いた初期応力計測理論，土木学会論文集，743-III-64，pp.147-154，2003.

(2012 年 11 月 12 日 受理)