

$k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いた適正膨張超音速噴流の数値解析

(第3報 噴流構造の遷移)

檜村 秀男

Numerical Analysis of Correctly Expanded Supersonic Jet Flow Using the $k-\varepsilon$ Turbulent Model

(3rd Report, Transition of Jet Structure)

Hideo KASHIMURA

Abstract

The numerical analysis of turbulent jet from axisymmetric nozzle with $Me=2.22$ using the compressible $k-\varepsilon$ turbulence model and TVD scheme was carried out. The pressure ratio of supersonic jet is settled from 1.973 to 50 in this study. The pressure and Mach number distributions in the axial direction were determined and the flow fields are visualized by density distributions. The equation of Mach number downstream from potential core region and cell lengths are proposed from these results.

Key words: Laval nozzle, Correctly expansion jet, Under expansion jet, Shock cell length, $k-\varepsilon$ turbulence model, Numerical analysis

1. ま え が き

超音速噴流は転炉（流れを加速するノズルは「ランス」と呼ばれている。）、高速フレーム溶射（HVOF、同「バレル」）、溶融亜鉛めっき工程におけるガスジェットワイピング、レーザー加工における冷却のためのアシストガス、スートブローアなど工業の生産現場において広く利用されている。

適正膨張噴流は気体を加速するノズルの出口における静圧と周囲の背圧が等しい噴流で噴流内部に急激な圧力変動を伴う衝撃波などが存在しない。噴流内部の流れは一様で、そのため工業的に利用するには最適であると考えられる。

著者らは前報⁽¹⁾⁽²⁾において圧縮性乱流モデルを基礎的に考慮した数値流体力学（CFD; computational fluid dynamics）の手法の有効性を検証し、適正膨張噴流の内部構造を調査した。さらに、ノズル出口が音速の噴流について、噴流圧力比が変化した場合の系統的な計算を行い、セル長さなど内部構造の違いについて考察した⁽³⁾。

本報では、計算機援用可視化（CAFV; computer assist flow visualization）により、ノズルマッハ数が 2.22 の噴流について、噴流圧力比が変化した場合の噴流構造の遷移を示す。

2. 数値計算方法および計算条件

本研究で用いた基礎式は式(1)に示す 軸対称非定常圧縮性ナビエストークス方程式であり、これに、標準型 $k-\varepsilon$ 乱流モデルに圧縮性の効果を考慮した改良型モデルを組み込んだ。流れは軸対称であると仮定し、噴流の中心軸上で対称条件を用いることによって、計算領域は中心軸を含む断面の片側のみとした。計算の基礎式、計算領域、計算格子数等は既

報⁽¹⁾⁽²⁾で詳述したとおりのものである。圧力や密度などの状態量の解析には定常状態に達した後の計算回数 10000 ステップ分の時間平均値を用いた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + W = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial r} + W_v + S \quad \dots (1)$$

計算結果の検証のため、実験的に得られた光学的な可視化写真⁽⁴⁾⁽⁵⁾との比較を図 1 に示す。(a) (b) いずれもノズル出口マッハ数 $Me=1$ の音速ジェットで、(a) は噴流圧力比 $\phi = 3.72$ ($M_j=1.51$) で気体の膨張度が中位の不足膨張噴流、(b) は $\phi = 6.17$ ($M_j = 1.83$) の膨張度高位の不足膨張噴流である。数値計算では、いずれの場合もノズル出口直径 de を実験値とあわせている。(a) はシュリーレン写真、(b) はシャドウグラフ写真で両者はノズル出口直径が一致するように表記している。(ii) の数値計算による画像は、数値計算により得られた密度値を用い、その 1 次および 2 次こう配値により構築した⁽⁶⁾。(ii) のカラー画像は中心軸を含む二次元平面での密度値を用いて画像を構築しているので、軸対称場を可視化した (i) の白黒画像とは厳密には一致しないが、(a) のセル構造、(b) のマッハディスクと反射衝撃波を含む噴流構造の基本的な部分では両可視化画像に良好な一致が見られる。なお、適正膨張について、本計算方法の定量的な検証は既報⁽¹⁾で行っている。

表 1 に、計算に用いたノズルおよび貯気槽（添字 o）および排気状態（添字 b）を示している。ノズルは出口直径 $de=25.58\text{mm}$ 、出口マッハ数 $Me=2.22$ の軸対称ノズル、気体は空気（比熱比 $\kappa=1.4$ ）である。これらの諸値は Eggers の実験⁽⁷⁾および既報⁽¹⁾⁽²⁾と一致させている。噴流の圧力比

φ は、以下に示す等エントロピー流れおよび垂直衝撃波の関係式により、1.973 から 50 の範囲で設定した。

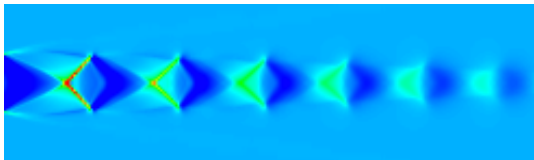
ノズルマッハ数 M_e のラバールノズルを考える。このノズルの出口面積 A_e とスロート面積 A^* の関係は次のとおりである。

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{M_e} \left[\frac{(\kappa-1)M_e^2 + 2}{\kappa+1} \right]^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}} \dots \dots \dots (2)$$

i) Schlieren photograph by Yu et.al⁽⁴⁾



ii) Numerically schlieren photograph

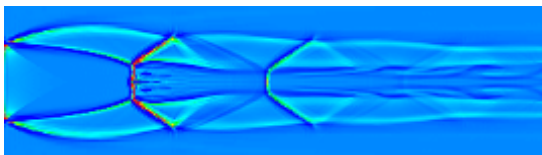


(a) Moderately under expansion jet ($M_e=1, M_j=1.51$)

i) Shadowgraph by Woodmansee et.al⁽⁵⁾



ii) Numerically Shadowgraph



(b) Highly under expansion jet ($M_e=1, M_j=1.83$)

Fig.1 Verification of numerical results.

Table1 Numerical conditions

Nozzle	
Geometry	Axisymmetric
Nozzle Mach number M_e	2.22
Nozzle exit diameter d_e	25.58 mm
Reservoir conditions	
Gas	Air
Pressure ratio $\phi (=p_o/p_b)$	1.973~50.0
Temperature T_o	291.7 K
Ambient conditions	
Gas	Air
Pressure p_b	101.3 kPa
Temperature T_b	291.7 K

流れがチョークし、ノズル拡がり部に衝撃波が形成されることなく、拡がり部の至るところで超音速流れが実現されている時、ノズル出口における圧力 p_e とノズル上流の全圧 p_o の比は次式により求まる。

$$\frac{p_e}{p_o} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_e^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} \dots \dots \dots (3)$$

一方、ノズル出口端に衝撃波が形成される場合を考え、衝撃波直前（上流側）、直後（下流側）の状態を添字 1、2 で表すと、

$$M_1 = M_e \dots \dots \dots (4.1)$$

$$p_1 = p_e \dots \dots \dots (4.2)$$

$$M_2 = \left[\frac{(\kappa-1)M_1^2 + 2}{2\kappa M_1^2 - (\kappa-1)} \right]^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (4.3)$$

$$p_2 = \left[1 + \frac{2\kappa}{\kappa+1} (M_1^2 - 1) \right] \cdot p_1 \dots \dots \dots (4.4)$$

である。

以上により、貯気圧 p_o の気体がラバールノズルにより排気される時、背圧 p_b の変化によりラバールノズル出口より下流に形成される超音速噴流は次のように分類される。

$p_2 > p_b > p_e$: ノズル出口の圧力 p_e は背圧 p_b より低い。すなわち、流れはノズル内で背圧より低い圧力まで膨張する。(過膨張噴流)

$p_b = p_e$: ラバールノズルの理想的な作動状態で、気体はノズル内で等エントロピー的にちょうど背圧まで膨張する。(適正膨張噴流)

$p_b < p_e$: 流れはノズル内で背圧 p_b まで膨張しきれず、ノズル出口圧力は背圧より高くなる。(不足膨張噴流)

$\kappa=1.4$ に対する、ノズルマッハ数 M_e と噴流圧力比 p_o/p_b の組み合わせによる噴流構造の分類に関する計算結果を図 2 に示す。曲線 ac 上はノズル出口に衝撃波がある場合、曲線 ab 上は適正膨張噴流の発生条件を示す。これにより発生する噴流は、領域 A (流れがチョークしない領域および広がりに衝撃波が存在する領域)、領域 B (過膨張噴流)、領域 C (不足膨張噴流) で示される。 $M_e=2.22$ の場合、曲線 ab および ac 上の値はそれぞれ、 $\phi=11.034$ と 1.973 である。よって、表 1 に示すノズルマッハ数 $M_e=2.22$ の軸対称超音速ノズルでは噴流圧力比 $\phi=1.973$ でノズル出口に垂直衝撃波の超音速噴流、 $\phi=11.034$ で適正膨張噴流、 $1.973 < \phi < 11.034$ でノズル出口端から斜め衝撃波を形成する過膨張噴流、 $\phi > 11.034$ で不足膨張噴流が得られる。

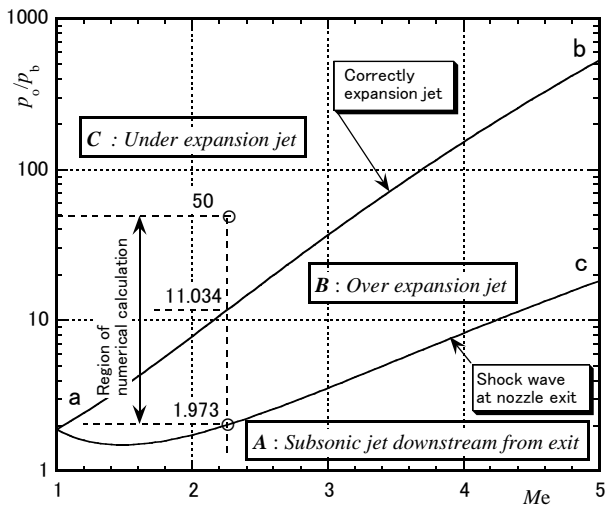


Fig.2 Classification of flow pattern through isentropic flow equations.

3. 結果 および 考察

噴流圧力比 ϕ が適正膨張噴流の圧力比 $\phi_{correct}$ に近い、低位の不足膨張噴流における内部構造を図 3 に示す。圧力 p_b の周囲気体との混合によって噴流のコア領域が消滅するまで、ノズル出口より膨張と圧縮の領域が交互に繰り返される。このような構造はダイヤモンドウェーブパターン (diamond wave pattern) といわれ⁽⁸⁾、図に示すセル長さやポテンシャルコア長さなどによって特徴付けられる。なお、適正膨張噴流における同様な概念図は文献(1)に述べている。

適正膨張噴流の形成過程を図 4 に示す。(a) は密度値から作成されたコンピューターシュリーレン写真、(b) は中心軸上のマッハ数の変化を示している。図中の n は計算回数、 t' は音速、ノズル直径、比熱比により無次元化された時間である。本数値計算ではノズル形状やノズル壁面で発生する境界層などの内部流れは考慮されていない。ジェットプルームの先端には渦輪が形成され、その前後でマッハ数の急激な変化が観測される。定常噴流が形成された $t' = 127.8$ では、 $x/de > 13$ でマッハ数が単調に減少する。

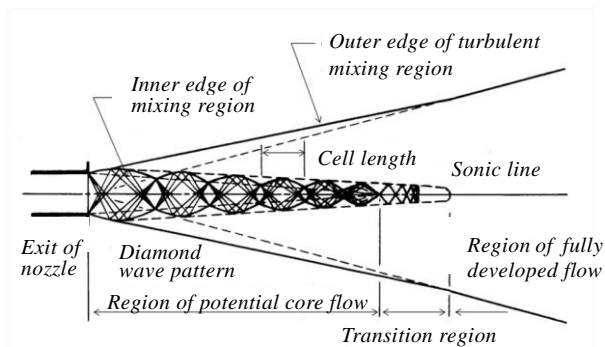
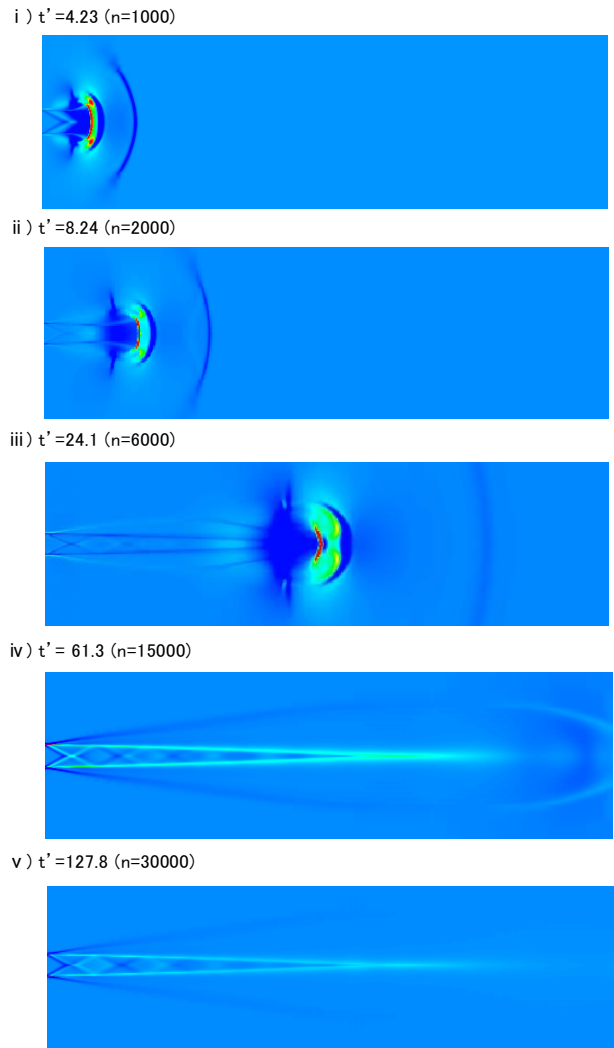
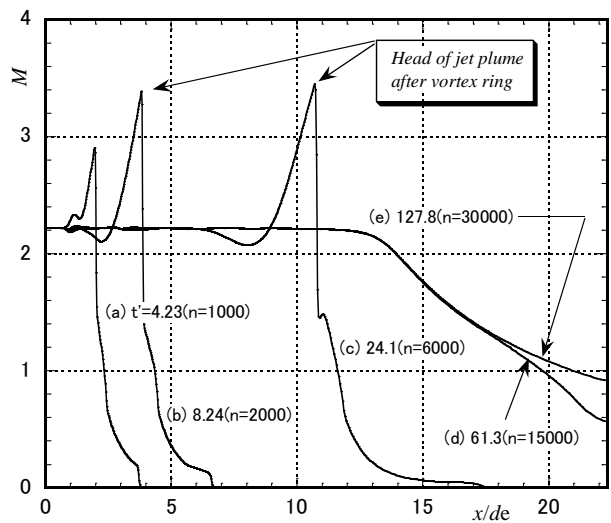


Fig.3 Illustration of weakly under expansion jet.



(a) Computer schlieren photograph



(b) Distribution of Mach number M.

Fig.4 Starting process of correctly expansion jet.

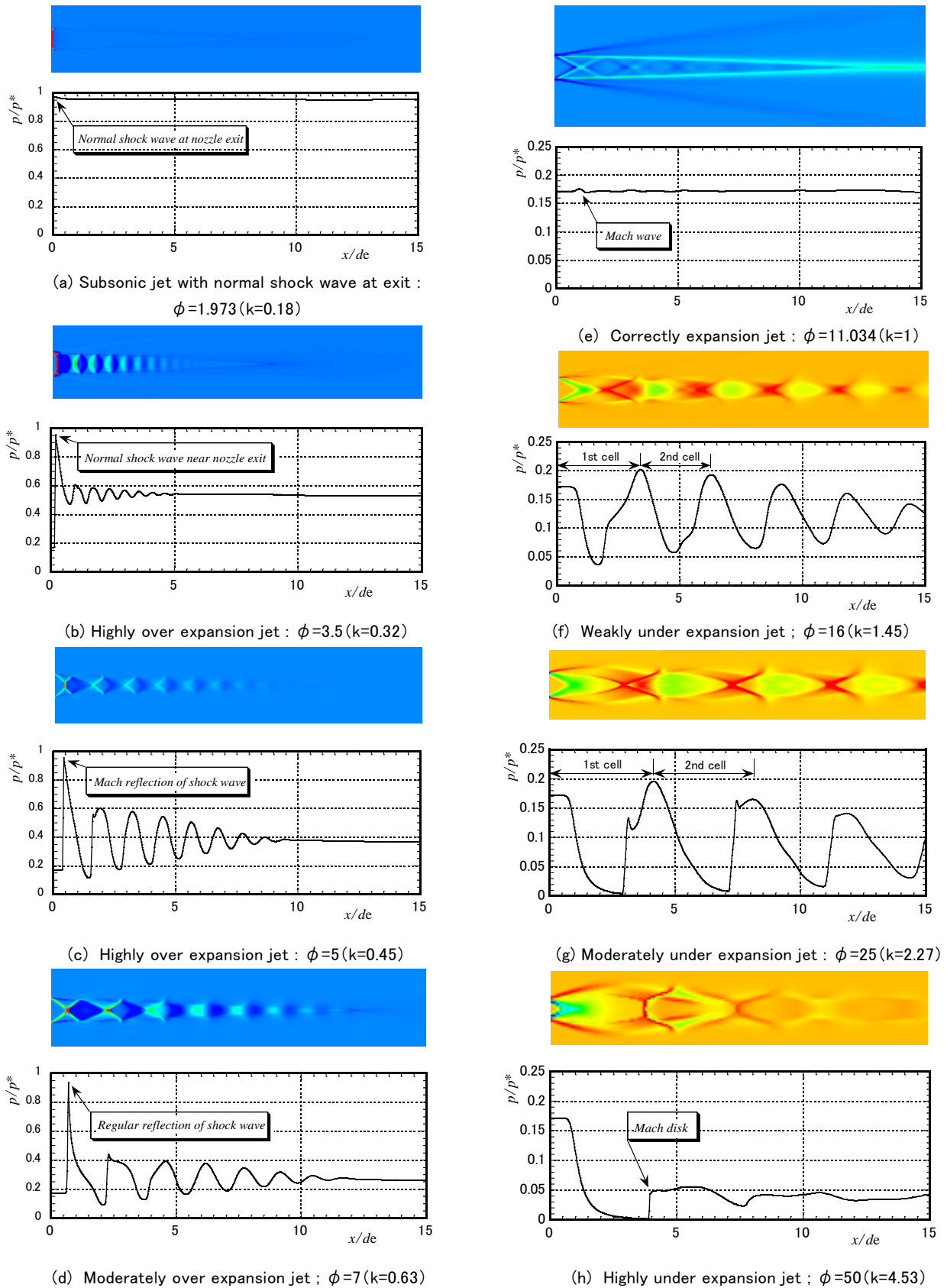


Fig.5 Computer schlieren photographs showing wave-patterns and pressure distribution on jet axis (Me=2.22).

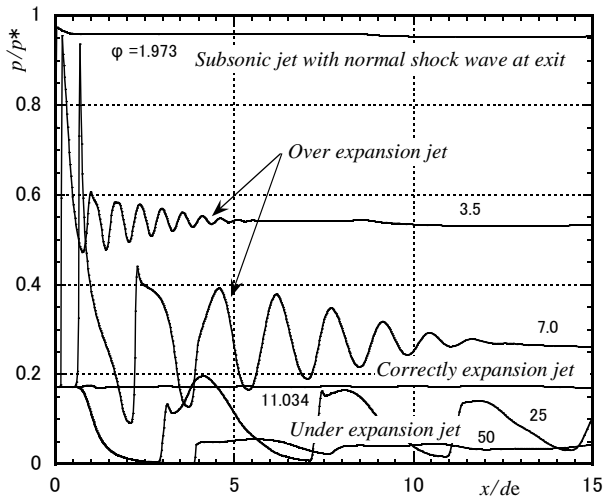
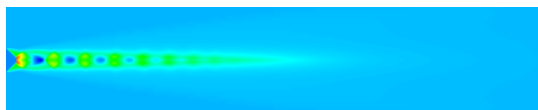
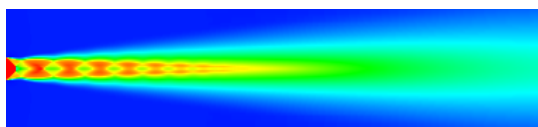


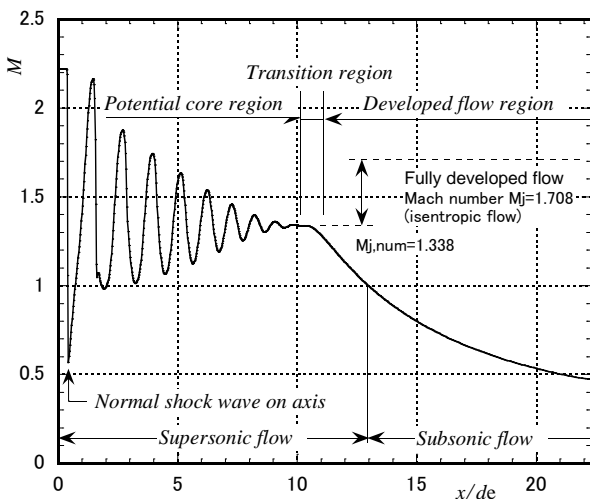
Fig.6 Dependence of jet pressure ratio ϕ on pressure distribution on jet axis.



(a) Density distribution



(b) Velocity component u



(c) Mach number on jet axis

Fig.7 Colored density and velocity component distributions and Mach number on axis of over expansion jet ($\phi=5$).

図 5 に噴流圧力比 ϕ を 1.973 から 50 まで変化させた時の噴流内部構造および中心軸上の圧力の変化を示している。圧

力は音速状態の圧力値 p^* ($=0.5283p_0$) で無次元化しており、 k は噴流出口圧力 p_e と背圧 p_b との比 p_e/p_b を示している。 $k < 1$ のとき過膨張噴流、 $k = 1$ のとき適正膨張噴流、 $k > 1$ のとき不足膨張噴流である。つまり、 $Me = 2.22$ のとき、 ϕ と k の関係は以下の通りである。

$$k = \frac{p_e}{p_b} = \frac{p_e}{p_0} \cdot \frac{p_0}{p_b} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}} \phi = 0.091\phi \quad \dots (5)$$

(a) はノズル出口に垂直衝撃波が存在する場合で、噴流の全域で亜音速である。(b) (c) ではノズル端から発生する斜め衝撃波が噴流中心軸上の垂直衝撃波と交差する場合で 2 次元衝撃波のマッハ反射 (Mach reflection) に対応している。 ϕ の増加とともに噴流中心軸上の垂直衝撃波の高さ (半径) が減少し、ついには (d) で示すようにノズル端から発生した斜め衝撃波は噴流中心軸上で交差ようになる。これは衝撃波の二次元反射では正常反射 (regular reflection) に対応している。(e) では適正膨張が達成されており、ノズル端より発生するマッハ波 (Mach wave) が観察される。噴流圧力比が適正膨張噴流より僅かに増加した (f) では、圧縮・膨張のセル構造が明瞭となり、(g) では $x/de = 3$ の位置でバレル衝撃波 (barrel shock) の反射が生じる。さらに圧力比を増加して (h) に示す高位の膨張状態になると、マッハディスクが形成される。(f) (g) のグラフ中には、噴流中心軸上で計測されるノズル出口から最初の二つのセル長さを示している。

ϕ の変化に伴う圧力値の大小を明示するために図 6 は図 5 (a) (b) (d) (e) (g) (h) に示す圧力分布を同一グラフ上に示している。適正膨張 ($\phi = 11.034$) では噴流内の圧力は、概ね $p = p_e = p_b$ あるいは $k = 1$ であるから、 p/p^* は

$$\left(\frac{p}{p^*}\right)_{correct} = \frac{p_b}{p^*} = \frac{p_b}{p_0} \cdot \frac{p_0}{p^*} = \frac{1}{\phi} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}} = 0.172 \quad \dots (6)$$

図より、ポテンシャルコアより下流の流れでは、 p/p^* は $k < 1$ の過膨張噴流で 0.172 より大きく、 $k > 1$ の不足膨張噴流で 0.172 より小さくなる。

図 7 は $\phi = 5$ の過膨張噴流の噴流内部の密度分布、軸方向の速度成分および中心軸上のマッハ数の変化を示している。この流れでは、概ね $x/de = 0.42$ の位置に垂直衝撃波が存在し、この波面を通して流れは $Me = 2.22$ の超音速流から $M = 0.567$ の亜音速に減速する。その後、膨張と圧縮を繰り返し、 $x/de = 10$ でポテンシャルコアが消滅し、発達した流れとなる。発達した流れ場のマッハ数は $M_{j,num} = 1.338$ で、この値は噴流圧力比 ϕ から理論的に計算されるマッハ数 $M_j = 1.708$ と比較してかなり小さな値となっている。これについては後述する。数値計算による垂直衝撃波背後のマッハ

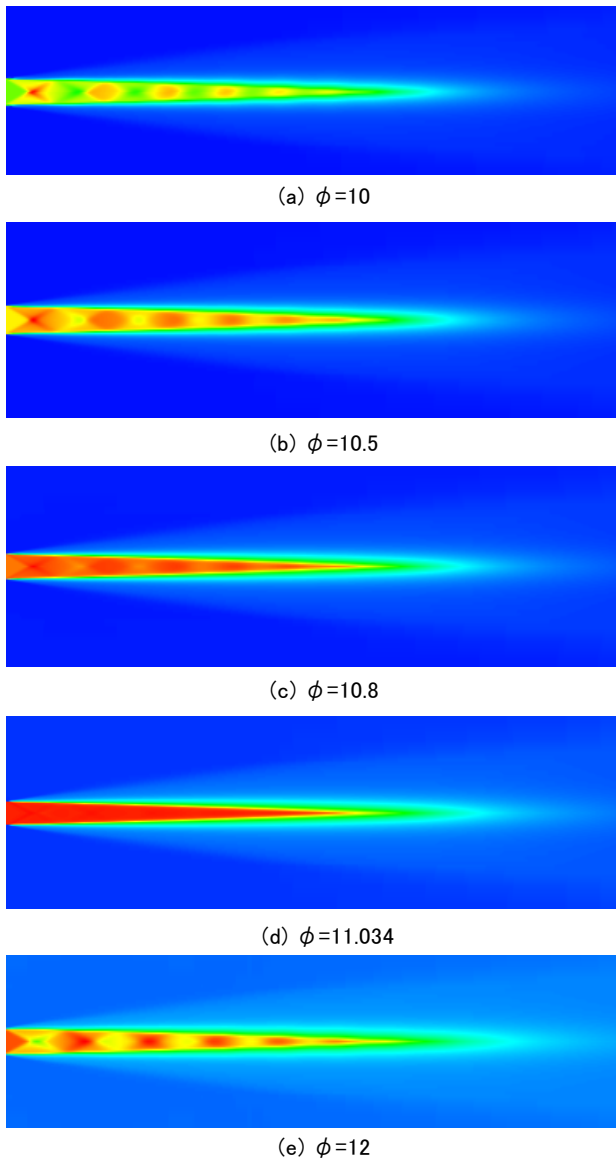


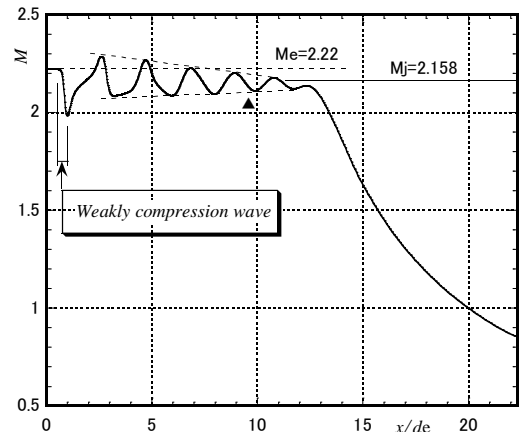
Fig.8 Density distribution showing transition of jet structure through correctly expansion jet.

数は 0.56 で、この値は次式

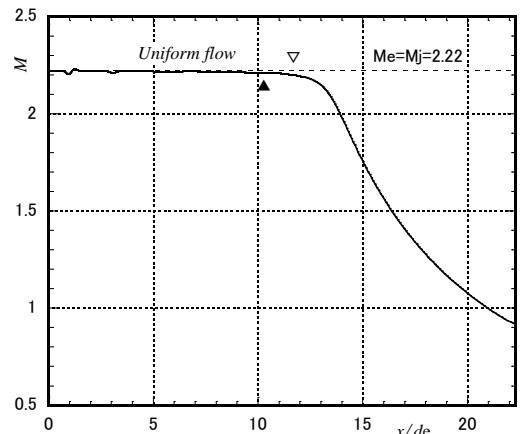
$$M = \left[\frac{(\kappa - 1)M_e^2 + 2}{2\kappa M_e^2 - (\kappa - 1)} \right]^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (7)$$

の Me に 2.22 を代入した値 0.544 とほぼ一致する。僅かな差異は衝撃波による状態量の不連続を数点の計算格子で表現できているものの、衝撃波直後で再びマッハ数が増加する流れ場であるため、波面直後の厳密な状態量を計算数値の読取りから捉えることができないためであると思われる。同様に、一次元等エントロピー理論による衝撃波背後の圧力は

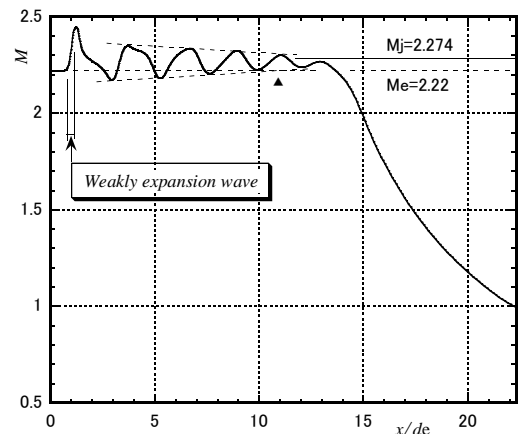
$$\frac{p}{p^*} = \frac{p}{p_e} \frac{p_e}{p^*} = \left[1 + \frac{2\kappa}{\kappa + 1} (M_e^2 - 1) \right] \left(\frac{p_e}{p^*} \right)_{correct} \dots \dots (8)$$



(a) Weakly over expansion jet ($\phi = 10$)



(b) Correctly expansion jet ($\phi = 11.034$)



(c) Weakly under expansion jet ($\phi = 12$)

Fig.9 Changes of Mach number on axis of jet neighboring correctly expansion.

で求められ、Me=2.22 を代入すれば、 $p/p^*=0.96$ となる。図 5(c) より、数値計算値は 0.957 で両者はよく一致する。

図 8 は適正膨張噴流が生じる圧力比 $\phi_{correct}=11.034$ 近傍での噴流内部構造の変化を密度分布により示している。図では x 方向に対しては計算の全領域 ($x/de=22.3$) を画像化して

いる。赤が密度の最大値で黄、緑、青の順に密度が減少するようにカラーマップを構成しているが、図同士の定量的な相関は指定していない。(d)で示す適正膨張から圧力比が離れるほど、ポテンシャルコア内部における密度変動が著しくなることがわかる。

図 9 は図 8(a) (d) (e) の流れにおける噴流中心軸上のマッハ数の変化を示したものである。(a)の過膨張噴流ではノズル出口近傍での一様流れの下流に弱い圧縮波マッハ数の減少、(c)の不足膨張噴流では同様に弱い膨張波によるマッハ数の増大が観測される。図中には噴流圧力比から計算される噴流マッハ数(英文では一般に、fully-expanded jet Mach number と表記されている。) M_j とノズル出口マッハ数 M_e の数値を併記している。超音速噴流のポテンシャル長さについては、多くの論文がある。Christopher ら⁽⁹⁾はノズル出口直径を M_j で補正し、これに Eggers らの結果を適合させて次のように求めている。

$$\frac{d_j}{d_e} = \left[\frac{1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)M_j^2}{1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)M_e^2} \right]^{\frac{\kappa + 1}{4(\kappa - 1)}} \left(\frac{M_e}{M_j} \right)^{\frac{1}{2}} \dots (9)$$

$$\frac{L_c}{d_j} = \left\{ 4.2 + 1.1M_j^2 + \Delta \left(\frac{T_j}{T_b} \right) \right\} \dots (10)$$

ただし、本研究で対象としている噴流 ($T_j < T_b$) では、

$$\Delta \left(\frac{T_j}{T_b} \right) = 1.1 \left(1 - \frac{T_j}{T_b} \right) \dots (11)$$

以上より、

$$\frac{L_c}{d_e} = \left\{ 4.2 + 1.1M_j^2 + \Delta \left(\frac{T_j}{T_b} \right) \right\} \left[\frac{1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)M_j^2}{1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)M_e^2} \right]^{\frac{\kappa + 1}{4(\kappa - 1)}} \left(\frac{M_e}{M_j} \right)^{\frac{1}{2}} \dots (12)$$

上式において d_e は実際のノズル出口直径、 d_j は噴流マッハ数 M_j の噴流に対する仮想的なノズル出口直径を示し、過膨張噴流では $d_j < d_e$ 、不足膨張噴流では $d_j > d_e$ である。

$\phi = 10$ ($M_j = 2.158$), 11.034 ($M_j = 2.22$), 12 ($M_j = 2.274$) に対して無次元コア長さ L_c/d_e を求めると、 $Me = 2.22$ の場合、それぞれ 9.59 , 10.18 , 10.70 である。噴流中心軸上のマッハ数を示す図 9 中にこれらの値を示している。また、適正膨張噴流については文献 2 で示した値を併記している。

過膨張噴流から適正膨張噴流に至る間の噴流圧力比の変化によるポテンシャルコア直後のマッハ数 $M_{j,num}$ の違いを図 10 に示す。なお、噴流マッハ数 d_j に対応する噴流圧力比を図中に併記している。この図から、 $Me = 2.22$ の過膨張噴流は $\phi < 5$, $5 < \phi < 9$, $9 < \phi < 11.094$ で形態を Highly, Moderately, Weakly expansion jet に 3 分類することができると考えられる。噴流圧力比 ϕ を用いて定式化すれば次のようになる。

$$M_{j,eq} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left(\phi^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right)} - k_1 \dots (13)$$

$$; k_1 = 0.1(9 - \phi) \quad (5 \leq \phi \leq 9)$$

ただし、 $\phi < 5$ で $k_1 = 0.4$ 、 $\phi > 9$ で $k_1 = 0$ である。上式を用いて噴流圧力比 ϕ に対して、 M_j を再プロットしたものが図 11 である。図より、圧力比 ϕ を横軸とした片対数グラフ上で M_j は傾きの異なる 3 本の直線で表せることがわかる。図 12 は適正膨張噴流近傍の圧力比における軸方向のマッハ数の変化を対数グラフで示している。図より、適正膨張近傍の圧力比では距離 x/d_e に対するマッハ数の減衰率は同じで、これらの直線は最小二乗近似により次式で表わされる。

$$M = k_2 \left(\frac{x}{d_e} \right)^{-1.65} \dots (14)$$

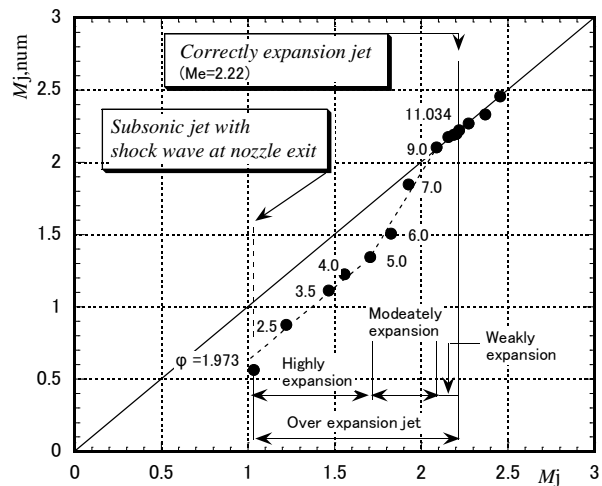


Fig.10 Mach number at end of potential core.

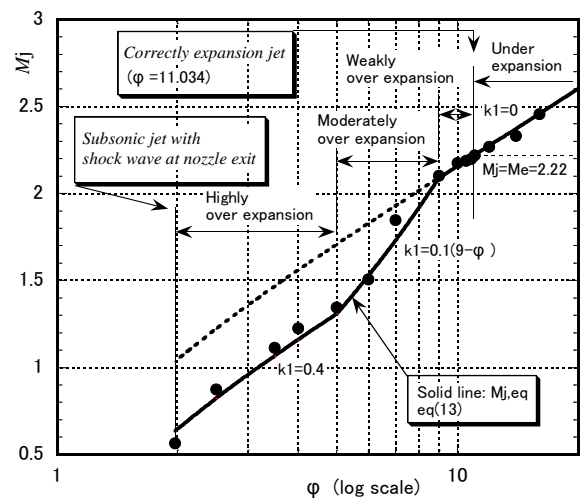


Fig11. Re-plot of Mach number at end of potential core M_j for pressure ratio ϕ .

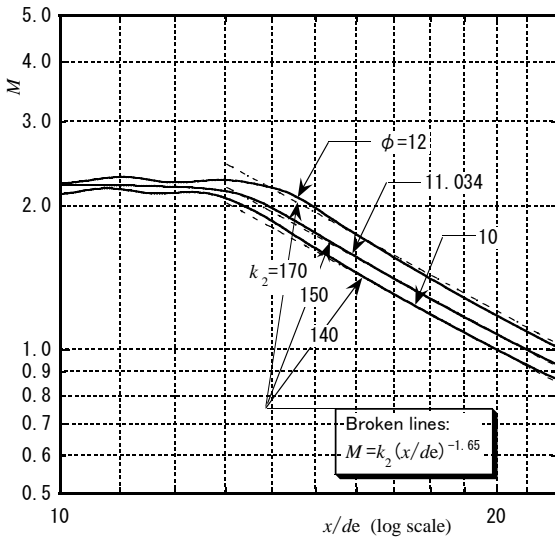


Fig12. Mach number on jet axis downstream from potential core region.

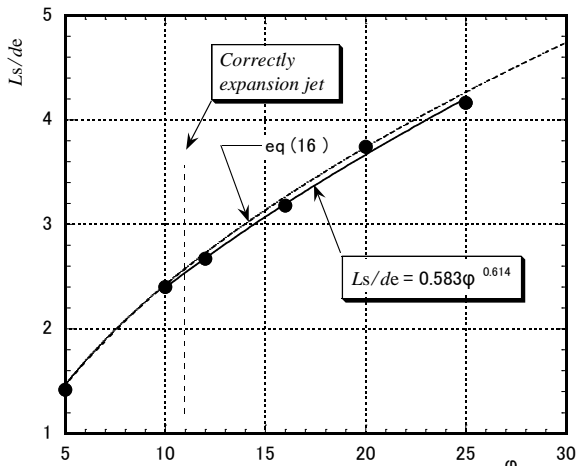


Fig13. Relation between cell length and pressure ration of jet.

但し、 k_2 は噴流圧力比により変化する定数で $\phi=10, 11.034, 12$ の時、それぞれ 140、150、170 である。上式による計算値を破線で併記している。

噴流圧力比に対するセル長さの変化を図 13 に示す。丸印で示す数値計算結果は中心軸上の圧力分布の peak-peak をセル長さとして数値化したものである。超音速噴流のセル長さに関して、Tam ら⁽¹⁰⁾ はノズルの仮想直径 d_j を用いて

$$\frac{L_s}{d_j} = \frac{\pi(M_j^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{2.405} \dots \dots \dots (15)$$

の関係を示している。式 (9) を代入すれば、次式を得る。

$$\frac{L_s}{d_e} = \frac{\pi(M_j^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{2.405} \left[\frac{1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)M_j^2}{1 + \frac{1}{2}(\kappa - 1)M_e^2} \right]^{\frac{\kappa + 1}{4(\kappa - 1)}} \left(\frac{M_e}{M_j} \right)^{\frac{1}{2}} \dots \dots (16)$$

式 (16) による計算結果を図中に破線で示しており、数値計算結果との良好な一致が確認される。一方、適正膨張圧力比 $\phi_{correct} = 11.034$ からわずかに低い圧力比 $\phi = 10$ から 25 までの数値計算結果に対しての最小二乗近似曲線

$$\frac{L_s}{d_e} = 0.583\phi^{0.614} \dots \dots \dots (17)$$

を図中に実線で併記している。

4. 結 論

Eggers の実験条件と等しく、ノズルマッハ数 $Me=2.22$ の超音速噴流について数値計算を行い、次の結果が得られた。

- (1) 噴流マッハ数 M_j は圧力比 ϕ に対して図 11 のように変化する。過膨張噴流に対して、式 (13) で定式化した。
- (2) ポテンシャルコア領域の下流における噴流中心軸上のマッハ数は図 12 で示す。両対数グラフ上で、適正膨張付近のいずれの圧力比でも M_j の変化は直線的で、こう配が等しい。これらを式 (14) で定式化した。
- (3) 適正膨張から中位の不足膨張についてのセル長さを示すと図 13 の通りである。Tam らの式 (16) は数値計算結果と一致するとともに、式 (17) のように定式化した。

参 考 文 献

- (1) 榎村他、北九州工業高等専門学校研究報告、第 39 号(平 18-1)、pp.75.
- (2) 榎村他、北九州工業高等専門学校研究報告、第 40 号(平 19-1)、pp.67.
- (3) 榎村他、北九州工業高等専門学校研究報告、第 44 号(平 23-1)、pp.51.
- (4) Y.K.Yu et.al, Journal of Sound and Vibration, No.205(5), (1997), pp.698.
- (5) M.A.Woodmansee et.al, AIAA Journal, Vol42, No.6(2004), pp.1170.
- (6) 榎村他、流れの可視化、第5巻、増刊号(昭 60-10)、pp.57.
- (7) J.M.Eggers, NASA TN D-3601(1966), pp.1-83.
- (8) J.D.Anderson, Modern Compressible Flow(2003, Mc Graw Hill),pp.228
- (9) K.W.Christopher et.al, J.Fluid Mech., Vol.153(1985), pp.123.
- (10) C.K.W.Tam et.al. J Sound Vibration, Vol.81(1982), pp.337

お わ り に

著者が CFD による圧縮性流れの問題に最初に取り組んだのは、Time dependent 法 (Anderson Jr., 1970) を用いた実在気体効果 (real gas effect) を含むノズル流れの一次元計算であった。(1976) その後、衝撃波の回折・高速列車-トンネル系の空気力学・衝撃波の開口端放射・衝突噴流などを対象とし、計算場を二次元さらに軸対称空間に拡張した。

圧縮性流れの数値計算において特に留意すべきことは、衝撃波による圧力や密度などの不連続を安定かつ最小の計算格子点数で如何に表現するかである。そのため、RCM 法 (Chorin, 1976)、PLM 法 (Collela, 1983)、TVD 法 (Yee, 1987) など、その折々で、開発された先駆的な Riemann solver のプログラム化に取り組んだ。

本誌第 39 号(2006)より 6 篇にわたり掲載した論文では、数値計算による可視化画像を中心にして超音速噴流の特性について述べた。一連の論文が、超音速噴流に関する基礎的的特性の理解に役立てば幸いである。

(2013 年 10 月 1 日 受理)